MODELUL MATEMATIC

pentru

CURGERE STAŢIONARĂ NECONSERVATIVĂ, PLAN-VERTICALĂ UNIDIMENSIONALĂ

Acvifer omogen cu nivel liber

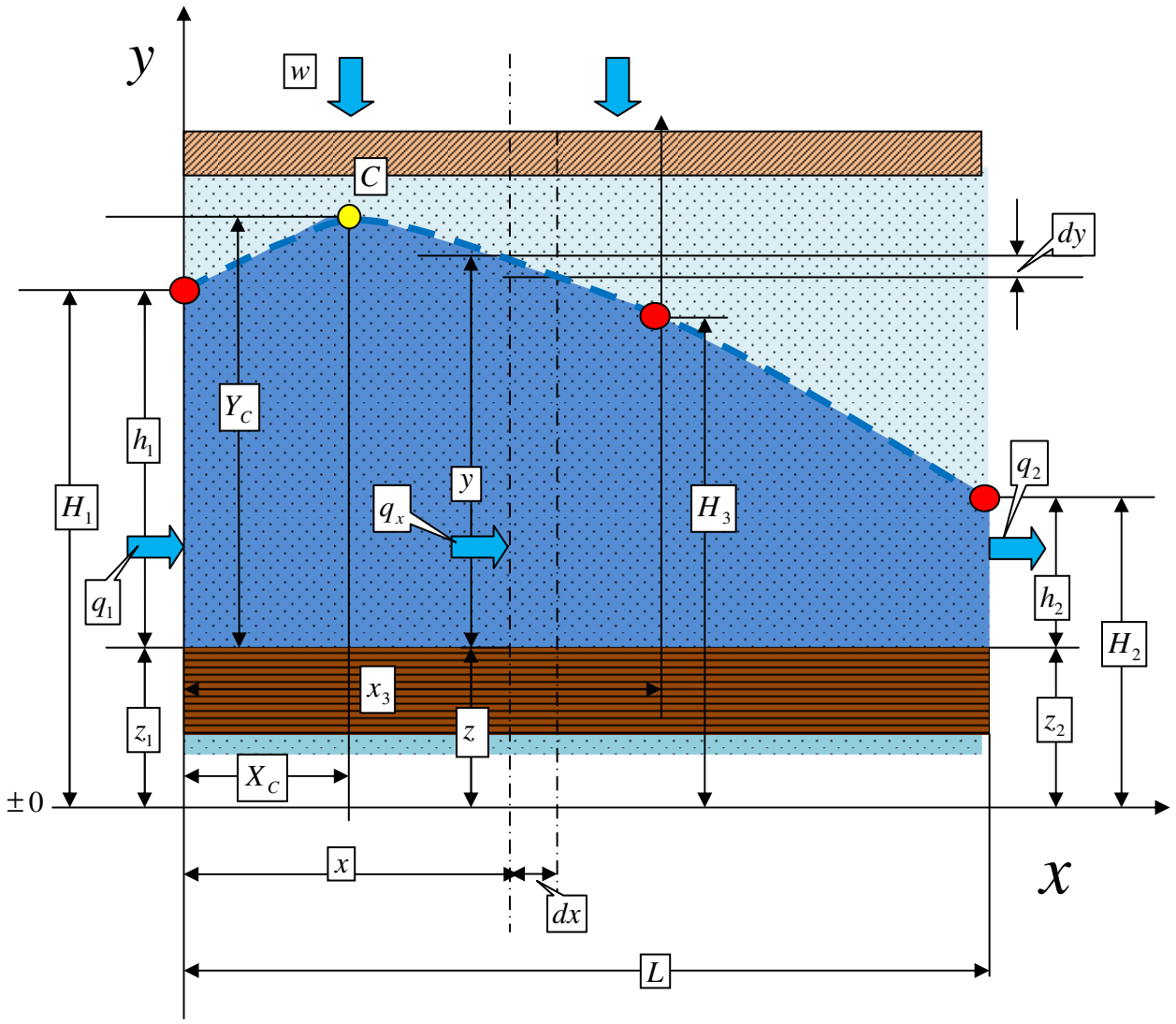

Fig.1. *Acvifer omogen cu nivel liber cu alimentare din infiltraţii*

Debitul unitar q_x la distanţa x de secţiunea 1 este format din *debitul unitar* q_1 la care se adaugă *alimentarea din infiltraţii* w pe *suprafaţa dreptunghiulară* $x \cdot 1$:

$$q_x = q_1 + w \cdot x \cdot 1$$

în care

$$q_x = -K \cdot y \cdot \frac{dy}{dx}$$

Modelul diferenţial al curgerii neconservative plan-verticale cu nivel liber este:

$$-K \cdot y \cdot \frac{dy}{dx} = q_1 + w \cdot x$$

Modelul diferenţial al curgerii permite calculul pentru:

- debitul unitar;
- ecuaţia profilului piezometric
- poziţia punctului de cumpănă $C(X_C, Y_C)$

Datele necesare pentru calculul debitului unitar şi a ecuaţiei profilului piezometric, se măsoară în minimum trei piezometre amplasate pe un aliniament perpendicular direcţia de curgere şi sunt:

- cota culcuşului acviferului: $z_1 = z \ = z_2$
- cotele nivelului piezometric: H_1, H_2, H_3
- distanţa dintre cele două piezometre: L, x_3
- conductivitatea hidraulică: K

Calculul debitului unitar presupune integrarea modelului diferenţial de două ori, utilizând ca limite de integrare cele trei piezometre în care se cunoaşte sarcina piezometrică şi grosimea acviferului:

- (P1P2): $-K \cdot \int_{h_1}^{h_2} y \cdot dy = q_1 \cdot \int_0^L dx + w \cdot \int_0^L x \cdot dx$
- (P1P3): $-K \cdot \int_{h_1}^{h_3} y \cdot dy = q_1 \cdot \int_0^{x_3} dx + w \cdot \int_0^{x_3} x \cdot dx$

Cele două ecuaţii obţinute formează un sistem cu două necunoscute:

- Debitul unitar în secţiunea 1: q_1
- Modulul de infiltrare: w

$$\begin{cases} K \cdot \dfrac{h_1^2 - h_2^2}{2} = q_1 \cdot L + w \cdot \dfrac{L^2}{2} \\ K \cdot \dfrac{h_1^2 - h_3^2}{2} = q_1 \cdot x_3 + w \cdot \dfrac{x_3^2}{2} \end{cases}$$

Prin rezolvarea sistemului se obţin relaţiile de calcul pentru:

- Modulul de infiltrare: $w = K \cdot \left[\frac{h_1^2 - h_2^2}{L \cdot (L - x_3)} - \frac{h_1^2 - h_3^2}{x_3 \cdot (L - x_3)} \right]$

- Debitul unitar în secţiunea 1: $q_1 = \frac{K}{2 \cdot L} \cdot \left(h_1^2 - h_2^2\right) - w \cdot \frac{L}{2}$

- Debitul unitar pentru orice secţiune x: $q_x = \frac{K}{2 \cdot L} \cdot \left(h_1^2 - h_2^2\right) - w \cdot \left(\frac{L}{2} - x\right)$

Ecuaţia profilului piezometric se obţine prin integrarea ecuaţiei diferenţiale a curgerii între unul din cele două piezometre (de exemplu P1) şi o secţiune oarecare aflată la distanţa x, acolo unde grosimea acviferului este y:

$$-K \cdot \int_{h_1}^{y} y \cdot dy = q_1 \cdot \int_0^x dx + w \cdot \int_0^x x \cdot dx$$

în care înlocuind expresia debitului unitar q_1 se obţine:

$$y = \sqrt{h_1^2 - \frac{h_1^2 - h_2^2}{L} \cdot x + \frac{w \cdot x}{K} \cdot (L - x)}$$

Abscisa punctului de cumpănă a apelor subterane (X_C) se obţine prin egalarea debitului unitar în secţiunea X_C cu zero:

$$q_{X_C} = \frac{K}{2 \cdot L} \cdot \left(h_1^2 - h_2^2\right) - w \cdot \left(\frac{L}{2} - X_C\right) = 0 \Rightarrow X_C = \frac{L}{2} - \frac{K}{w} \cdot \left(\frac{h_1^2 - h_2^2}{2 \cdot L}\right).$$

Ordonata punctului de cumpănă a apelor subterane () se obţine din ecuaţia profilului piezometric în care x se înlocuieşte cu valoare lui X_C:

$$Y_C = \sqrt{h_1^2 - \frac{h_1^2 - h_2^2}{L} \cdot X_C + \frac{w \cdot X_C}{K} \cdot (L - X_C)}$$