4.3. PRINCIPII FUNDAMENTALE ALE MISCARII FLUIDELOR

Mişcarea fluidelor se face în condiţiile respectării a două principiilor fundamentale care asigură:

- continuitatea fluidului (conservare ale ***masei***)
- echilibrul forţelor care actionează asupra fluifului (conservarea ***energiei***).

4.3.1. CONSERVAREA MASEI

Exprimarea principiului conservării masei într-o formă specifică hidraulicii necesită definirea ***sistemului lichid*** ca o cantitate de lichid formată pe toată durata curgerii din aceleaşi particule de lichid. Masa sistemului lichid nu variază în timp chiar dacă în evoluţia sa sistemul lichid ocupă divese poziţii şi are diferite forme.

Fie ***sistemul lichid*** dintr-un tub de curent mărginit de suprafaţa S care în momentul t ocupă spaţiul delimitat de această suprafaţă şi ***secţiunile 1 şi 2*** (***Fig.4.8***). Deoarece vectorul viteză este tangent la S, prin suprafaţa S nu trece lichid şi sistemul lichid nu se poate deplasa decât de-a lungul tubului de curent într-o mişcare pe care o considerăm permanentă/semipermanentă (cele două tipuri de mişcări asigură stabilitatea formei suprafeţei S în timp).

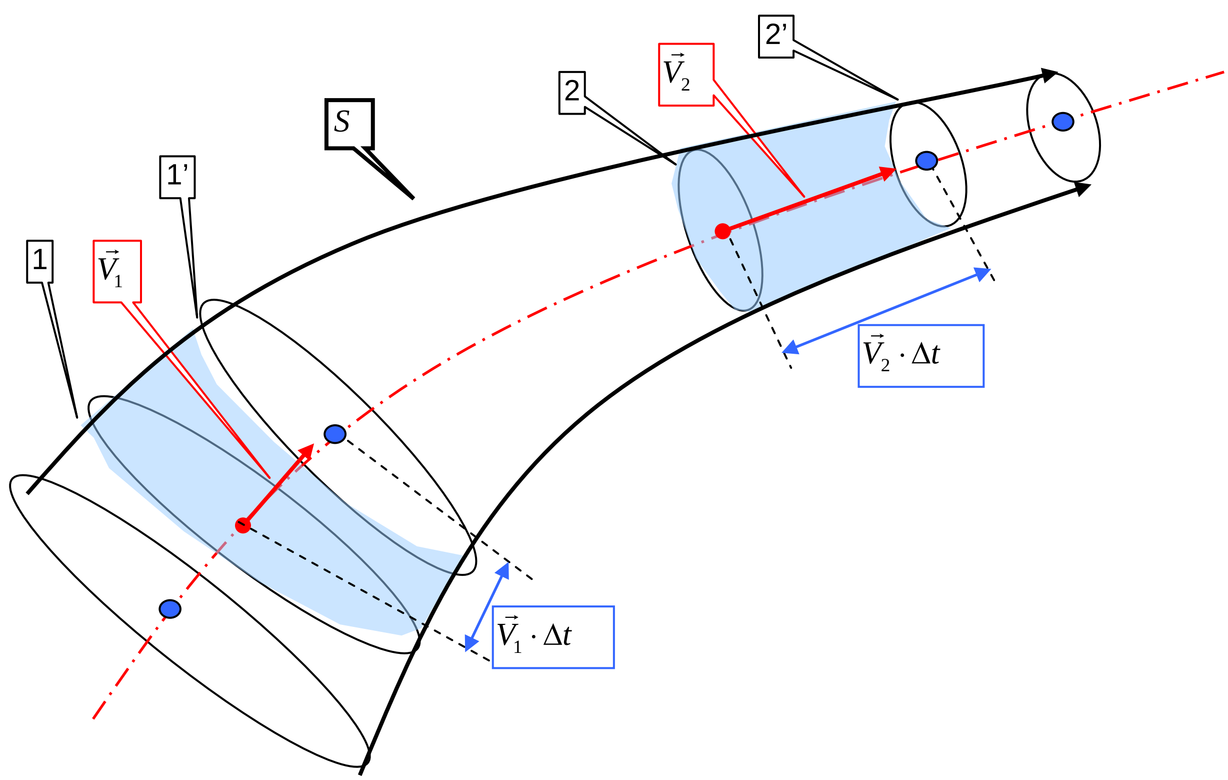

Fig. 4.8. *Conservarea masei într-un tub de curent*

La momentul $t+\Delta t$ sistemul lichid este mărginit de ***secţiunile 1' şi 2'*** şi ***principiul conservării masei*** se poate exprima prin relaţia:

$$m_{11'} + m_{1'2} = m_{1'2} + m_{22'} \Leftrightarrow m_{11'} = m_{22'}$$

în care
m_{ab} este masa de lichid cuprinsă între secţiunile a şi b ($a = 1, 1', 2; \quad b = 1', 2, 2'$)

Lichidul fiind omogen şi incompresibil relaţia poate fi exprimată prin ***volume*** (Vol), ***viteze medii***(V_1, V_2), ***secţiuni*** (A_1, A_2) sau ***debite*** (Q_1, Q_2) sub formele:

$$\rho \cdot Vol_{11'} = \rho \cdot Vol_{22'} \Leftrightarrow Vol_{11'} = Vol_{22'} \Leftrightarrow V_1 \cdot \Delta t \cdot A_1 = V_2 \cdot \Delta t \cdot A_2 \Rightarrow$$

$$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 \Leftrightarrow Q_1 = Q_2$$

În cazul unui tub de curent ***ramificat*** (***Fig.4.9***) ecuaţia de continuitate ia forma:

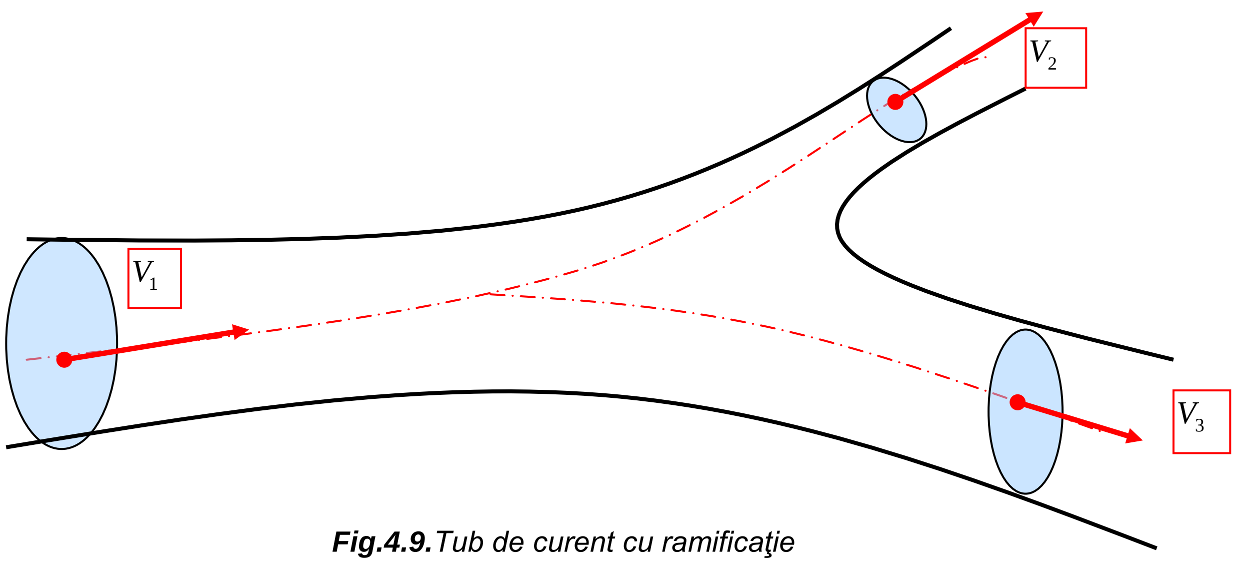

Fig.4.9. *Tub de curent cu ramificaţie*

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \Leftrightarrow \quad V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 + V_3 \cdot A_3$$

Ecuaţia conservării masei este numită şi ***ecuaţia continuităţii*** deoarece asigură întegritatea sistemului lichid pe tot parcursul curgerii, adică absenţa "golurilor" dihn lichid.

4.3.2. CONSERVAREA ENERGIEI

Exprimarea conservării energiei mecanice de-a lungul liniilor de curent permite calculul descriptorilor mişcării fluidelor, descriptori utilizaţi pentru pentru evaluarea cantitativă a mişcări acestora.

Legea conservării energiei mecanice se poate obţine aplicând ***teorema echivalenţei*** dintre ***lucrul mecanic*** efectuat de ***forţele exterioare*** şi variaţia ***energiei cinetice*** în timpul considerat, aplicată unei mase de fluid cuprinsă între secţiunile 1-1 şi 2-2 la un moment dat (***Fig.4.10***).

După un interval de timp dt, masa de fluid se va afla în poziţia 1'-1' şi 2'-2', iar ***lucrul mecanic*** efectuat de ***forţele exterioare*** are două componente:

- Lucrul mecanic al ***forţelor de greutate***:

$$dL_G = dG \cdot (z_1 - z_2) \text{ în care } dG = \gamma \cdot dA_1 \cdot v_1 \cdot dt = \gamma \cdot dA_2 \cdot v_2 \cdot dt$$

- Lucrul mecanic al ***forţelor de presiune***:

$$dL_p = p_1 \cdot dA_1 \cdot v_1 \cdot dt - p_2 \cdot dA_2 \cdot v_2 \cdot dt$$

Variaţia energiei cinetice a volumelor 2-2' şi 1-1' este:

$$dE_c = \frac{dm_2 \cdot v_2^2}{2} - \frac{dm_1 \cdot v_1^2}{2} = \frac{dG}{2 \cdot g}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

deoarece $dm_1 = dm_2 = \dfrac{dG}{g}$ conform legii conservarea masei.

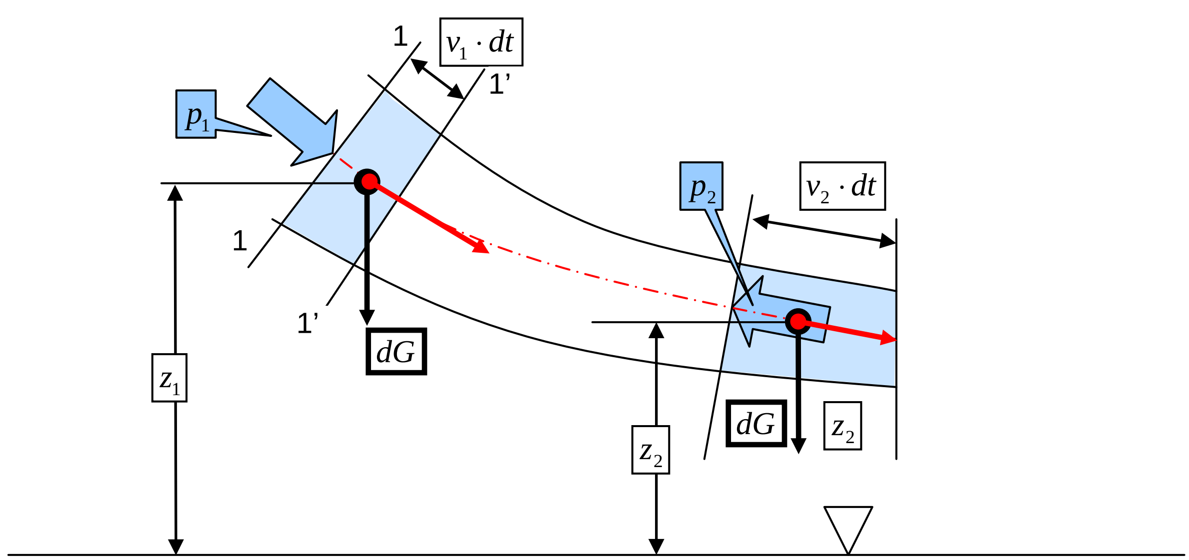

Fig.4.10. *Ecuaţia conservării energiei mecanice (ecuatia lui Bernoulli)*

Aplicând ***teorema echivalenţei*** rezultă:

$$dL_G + dL_p = dE_c$$

care după înlocuirea termenilor devine:

$$dG(z_1 - z_2) + p_1 \cdot dA_1 \cdot v_1 \cdot dt - p_2 \cdot dA_2 \cdot v_2 \cdot dt = \frac{dG}{2g}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

şi prin simplificare cu dG poate fi scrisă sub forma:

$$\boxed{z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g}}$$

Forma finală este ***ecuaţia fundamentală a lui Bernoulli*** pentru un fluid perfect (incompresibil şi fără vâscozitate) în care:

- z - ***energia specifică de poziţie*** (energia potenţială de poziţie raportată la greutatea particulei):

$$z = \frac{dG \cdot z}{dG}$$

- $\frac{p}{\gamma}$ - ***energia specifică de presiune*** (energia care face ca o particulă de greutate dG, supusă unei presiuni p să se poată ridica într-un tub piezometric la înălţimea p/γ):

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{dG \cdot \frac{p}{\gamma}}{dG}$$

- $\frac{v^2}{2 \cdot g}$ -***energia specifică cinetică:***

$$\frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{dm \cdot v^2}{2 \cdot dG} = \frac{dG \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot dG}$$

Ecuaţia lui Bernoulli exprimă legea conservării energiei care spune că energia specifică totală a unei particule de fluid perfect aflat în mişcare permanentă este constantă pe o linie de curent.

Ecuaţia lui Bernoulli poate fi reprezentată grafic (***Fig.4.11***) deoarece formele de energie au dimensiuni de lungime:

- z -***cota punctului*** de pe linia de curent raportată la un plan de referinţă;
- $\frac{p}{\gamma}$ -***înălţimea piezometrică*** pusă în evidenţă într-un tub piezometric deschis;
- $\frac{v^2}{2 \cdot g}$ -***înălţimea cinetică***

Suma acestor componente exprimă ***sarcina hidrodinamică*** (H) şi pentru un fluid perfect este constantă pe o linie de curent:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

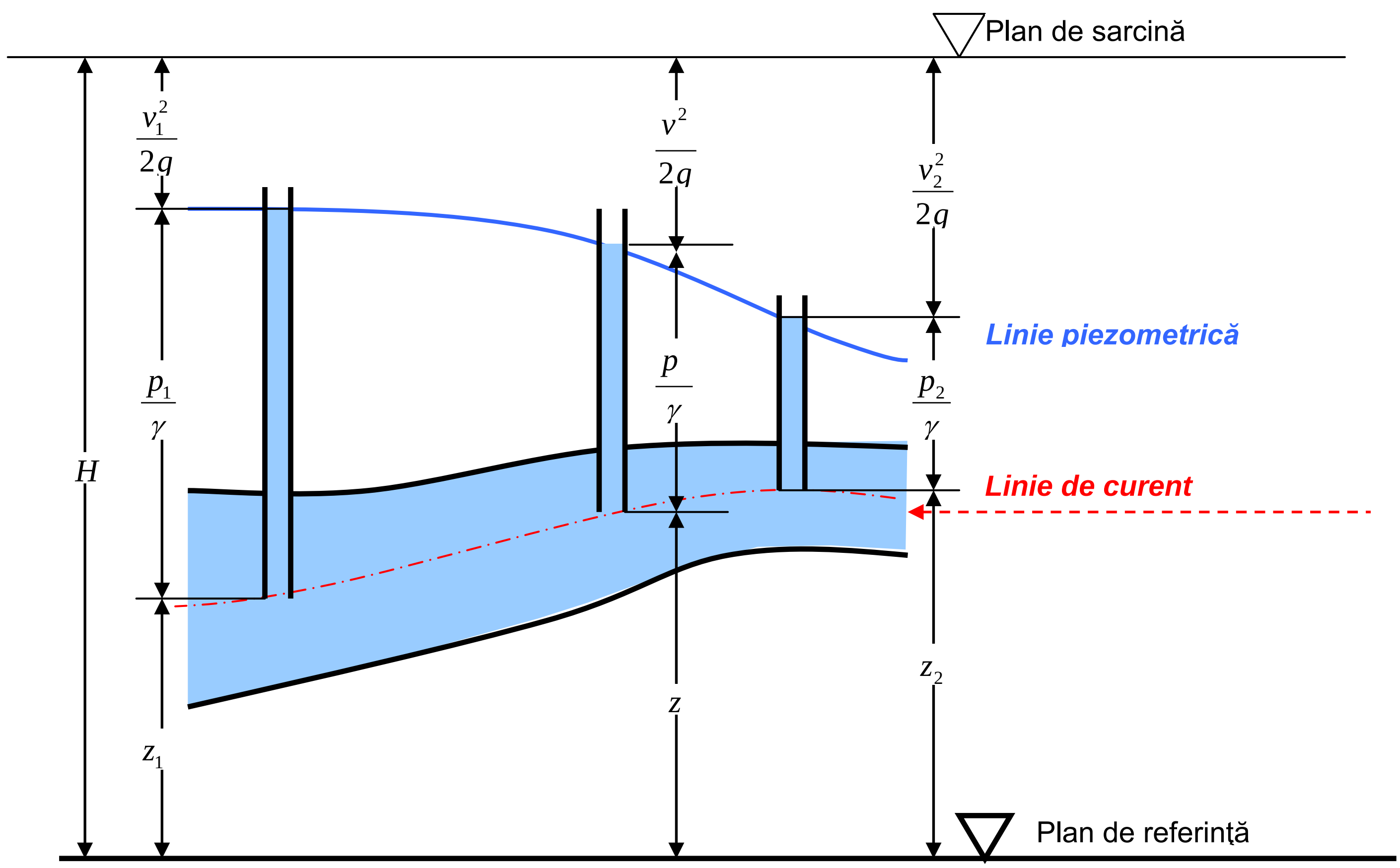

Fig.4.11.*Reprezentarea grafică a componentelor ecuaţiei lui Bernoulli pentru un fluid perfect.*