6.4.1.A. Curgere nestaţionară cu suprafaţă liberă

Modelul curgerii nestaţionare a curgerii cu suprafaţă liberă, permite:

- estimarea parametrilor acviferului cu nivel liber
- prognoza evoluţiei sarcinii piezometrice datorată unei perturbări locale produse pe una din frontierele acviferului.

1.Model matematic

Ecuaţia curgerii în ***regim nestaţionar*** pentru un acvifer cu suprafaţă liberă omogen şi izotrop, pentru soluţionare analitică, impune o serie de simplificări care conduc la ***schematizarea spaţială şi parametrică***:

- curgere ***unidimensională***: curgerea este identică în plane verticale şi paralele, adică sarcina piezometrică nu variază decât în funcţie de x

$$\boxed{a \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{w}{S} \pm \frac{\varepsilon}{S} = \frac{\partial h}{\partial t}}$$

- curgere ***conservativă***: acviferul cu nivel liber:
  - nu este alimentat prin infiltraţii : $\boxed{w = 0}$
  - nu este alimentat prin drenanţă: $\boxed{\varepsilon = 0}$

$$\boxed{\frac{\partial h}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}}$$

- condiţiile pe frontiere pentru integrarea ecuaţiei curgerii ***nestaţionare, unidimensionale şi conservative*** (***Fig.3***):

    - **VEST**: sarcină piezometrică variabilă (nivelul apei din râu/lac/canal)
    $$\Delta H(0,t)=\Delta H_0$$
    - **EST**: sarcină piezometrică practic constantă:
    $$\frac{\partial(\Delta H(x,t))}{\partial x}=0 \quad \text{pentru } (x\to\infty \text{ şi } t=t)$$

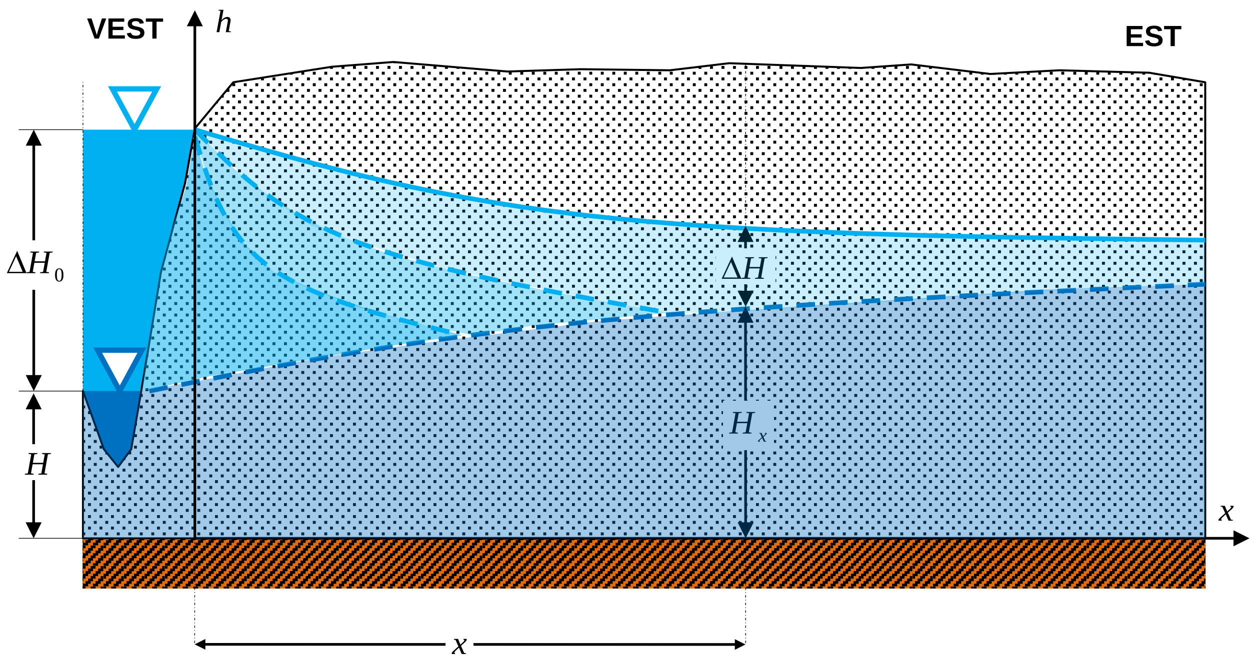

Fig.3.*Condiţiile pe contur pentru curgerea unidimensională nestaţionară şi conservativă în acviferul cu nivel liber*

Pentru aceste simplificări, ***soluţia*** ecuaţiei ***curgerii unidimensionale, nestaţionare pentru un acvifer cu nivel liber*** din lunca unui râu (***Fig.3***) este:

$$\boxed{\Delta H(x,t)=\Delta H_0\cdot erfc(\lambda)}$$

în care
ΔH_0 -modificarea sarcinii piezometrice pe contur
$erfc(\lambda)$-complementara funcţiei $erf(\lambda)$:

$$\boxed{erfc(\lambda)=1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot\int_0^{\lambda}e^{-\lambda^2}d\lambda} \quad \text{cu} \quad \boxed{\lambda=\frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot t}}} \quad \text{şi} \quad \boxed{h_m=\frac{(H+\Delta H_0)+(H_x+\Delta H)}{2}}$$

2.Date necesare

Datele necesare evaluării parametrilor acviferului şi prognozei evoluţiei sarcinii piezometrice se obţin pe baza unui program de monitorizare în care se măsoară (***Fig.3***):

- H - sarcina piezometrică în acviferul freatic:
    - în momentul iniţial t_0
    - pe frontiera vestică $x = 0$
- H_x -sarcina piezometrică a acviferului freatic:
    - în momentul iniţial t_0
    - distanţa x
- ΔH_0 - variaţia bruscă a sarcinii piezometrice pe frontiera vestică:
- $\Delta H(x,t)$-variaţia sarcinii piezometrice:
    - înregistrată în momentul : t
    - la distanţa x
- n_e - porozitatea eficace a acviferului (determinată în laborator pe probe recoltate din carotele preluate de la forajele executate pentru monitorizarea variaţiei nivelului piezometric).

3.Succesiunea prelucrărilor

3.1.Calculul parametrilor acviferului

3.1.1.Calculul funcţiei $erfc(\lambda)$

Se utilizează ecuaţia modelului, $\Delta H(x,t) = \Delta H_0 \cdot erfc(\lambda)$ din care rezultă:

$$\boxed{erfc(\lambda) = \frac{\Delta H(x,t)}{\Delta H_0}}$$

3.1.2.Calculul argumentului λ

Pentru calculul argumentului funcţiei $erfc(\lambda)$ se utilizează tabelele funcţiei (http://www.ahgr.ro/media/159272/comperrfnc.pdf) sau funcţia excel:

Inverfc(p) = -NormsInv(p/2)/Sqrt(2)

Nota. Pentru argumentul funcţiei $erf\,(\lambda)$ se poate utiliza în excel formula:

Inverf(p)=Sqrt(GammaInv(p,0.5,1))

3.1.3.Calculul coeficientului de difuzivitate hidraulică

Se utilizează expresia argumentului funcţiei $erfc(\lambda)$:

$$\boxed{\lambda = \frac{x}{2\cdot\sqrt{a\cdot t}}} \text{ din care rezultă } a = \frac{x^2}{4\cdot\lambda^2\cdot t} \quad (x = 30m; t = 3zile)$$

3.1.4.Calculul transmisivităţii acviferului

Se utilizează relaţia dintre transmisivitate (T), coeficientul de difuzivitate hidraulică (a) şi coeficientul de înmagazinare (n_e-porozitatea eficace, în cazul acviferului sub cu nivel liber):

$$\boxed{T = a\cdot n_e}$$

3.1.5.Calculul grosimii medii a acviferului

Se utilizează relaţia:

$$\boxed{h_m = \frac{(H+\Delta H_0)+(H_x+\Delta H)}{2}}$$

3.1.6.Calculul conductivităţii hidraulice

Se utilizează relaţia dintre transmisivitate şi conductivitatea hidraulică:

$$\boxed{T = K\cdot h_m}$$

3.2.Prognoza evoluţiei sarcinii piezometrice

Prognoza evoluţiei sarcinii piezometrice se face pentru a evalua efectul modificării sarcinii piezometrice pe frontiera de VEST a acviferului (***Fig.1***).

Efectul creşterii bruşte a sarcinii piezometrice pe frontiera de VEST cu valoarea ΔH_0 a produs o sarcină piezometrică totală:

$$H_{Total\_VEST} = H + \Delta H_0 = 28.86m$$

După 3 zile, la 30m de frontiera de VEST, datorită transmiterii efectului acestei ridicări bruşte, sarcina piezometrică totală este:

$$H_{Total}(30,3) = H_{30} + \Delta H(30,3) = 21,00m$$

Pe baza acestor date de monitorizare şi utilizând ***coeficientului de difuzivitate hidraulică*** calculat ($a = 1,06\cdot 10^{-3}\frac{m^2}{s}$) se va prognoza variaţia sarcinii piezometrice pe distanţa $x = 100m$ la momentul $t = 10zile$ de la modificarea sarcinii piezometrice pe frontiera de VEST.

Variaţia sarcinii piezometrice are două componente:

- Componenta ***nestaţionară*** care va fi calculată utilizând modelul:

$$\boxed{\Delta H(x,t) = \Delta H_0 \cdot erfc(\lambda)}$$

- Componenta ***staţionară*** care va fi calculată utilizând modelul:

$$\boxed{H(x) = \sqrt{H^2 + \frac{H_{30}^2 - H^2}{30}\cdot x}}$$

3.2.1.Calculul componentei nestaţionare a sarcinii piezometrice

Se utilizează formula:

$$\boxed{\Delta H(x,t) = \Delta H_0 \cdot erfc(\lambda)}$$

şi pentru $a = 1{,}06 \cdot 10^{-3}\,\frac{m^2}{s}$, $x = 0{,}20{,}3040{,}50{,}70{,}90{,}100$ m şi $t = 10 zile$ se calculează:

- $\lambda(x, a, t)$
- $\Delta H(x,t)$

3.2.2.Calculul componentei staţionare a sarcinii piezometrice

Se utilizează formula:

$$\boxed{H(x) = \sqrt{H^2 + \frac{H_{30}^2 - H^2}{30} \cdot x}}$$ pentru $x = 0{,}20{,}3040{,}50{,}70{,}90{,}100$ m

3.2.3.Calculul sarcinii piezometrice totale

Se însumează cele două componente rezultând sarcina piezometrică totală($H_{Total}(x,t)$):

$$H_{Total}(x,t) = H(x) + \Delta H(x,t)$$

3.2.4.Reprezentarea grafică a variaţiei sarcinii piezometrice

Se reprezintă grafic:

- Variaţia componentei staţionare a sarcinii piezometrice: $H(x)$
- Variaţia sarcinii piezometrice totale: $H_{Total}(x,t)$
- Pozitia piezometrului în care s-a măsurat $H_{Total}(30,3) = H_{30} + \Delta H(30,3) = 21{,}00m$ la 3 zile după modificarea sarcinii piezometrice pe frontiera VEST.

NOTA. Pentru ilustrarea sugestivă a regimului nestaţionar al curgerii este recomandat să se calculeze variaţia sarcinii piezometrice pentru diverse valori ale lui $t \in [1{,}100] zile$. Acest calcul se poate face imediat utlizând ***fişierul xls anexat***, prin modificarea valorilor lui t din coloana H (H3:H10), fişier în care este rezolvată toată aplicaţia conform succesiunii prelucrărilor prezentate. **SUCCESE ...NEBANUITE!!! Nu ezitaţi sa ne contactaţi dacă aveţi dificultaţi!**