

**HIDRAULICĂ SUBTERANĂ  
(note de curs)***Daniel Scrădeanu*

INTRODUCERE .....	2
INTRODUCERE .....	2
i.1. Obiectul cursului .....	2
i.2. Analiza dimensională .....	3
1. PROPRIETATI ALE FLUIDELOR.....	4
1.1. Densitatea și greutatea volumică.....	5
1.2. Deformabilitatea .....	5
1.2.1. Compresibilitate .....	6
1.3.2. Dilatație .....	8
1.3.4. Starea fizică .....	8
1.4. Vâscozitatea .....	9
1.4.1. <i>Tipuri de fluide</i> .....	11
1.5. Tensiunea superficială .....	13
1.6. Aplicații .....	17
1.6.1. Variația greutății specifice cu adâncimea .....	17
1.6.2. Resursa elastică a acviferelor geotermale.....	19
1.6.3. Numărul Reynolds .....	20
1.6.4. Înălțime de ascensiune capilară.....	22

## INTRODUCERE

**Etimologie** - **ηιδορ** –apa (hiidor) **αυλοσ** - tub (aulos) – orga de apă –instrument muzical cu tuburi de suflat în care mișcarea aerului era realizată prin mijlocirea presiunii apei.

### *i.1. Obiectul cursului*

**Hidraulica (H)** este partea aplicativă a **mecanicii fluidelor (MF)** care studiază **lichidele**. **MF** studiază **repausul** și **mișcarea** fluidelor precum și **interacțiunea** cu corpurile solide cu care vin în contact.

**Mecanica fluidelor** și **Hidraulica** permit abordarea și înțelegerea unor procese geologice complexe precum:

- Deplasarea plăcilor tectonice sub efectul curenților de convecție din magma fluidă, curenți responsabili de formarea crustei oceanice, de acreționarea și deplasarea crustei continentale.
- Transferul elementelor litofile (Cl, F, K,Na, Rb, U, Th etc.) dinspre crusta oceanică spre cea continentală realizat prin intermediul apei, principalul fluid dizolvant de pe Terra.
- Formarea zăcămintelor de metale prin circulația fluidelor termale;
- Formarea zăcămintelor nematelifere asociate proceselor de sedimentare rezultat al unor procese de transport în soluție și în suspensie, de sortare și depunere.
- Formarea, migrarea și acumularea petrolului, gazelor și a apelor subterane (geotermale, minerale) în terenuri permeabile granulare sau fisurate.

**Hidraulica (H)** și **hidraulica subterană (HS)** studiază mișcarea și echilibrul fluidelor reale și în scopul rezolvării problemelor practice ingineresti:

- Echilibrul fluidelor în lacurile de acumulare și presiunile pe baraje
- Mișcarea fluidelor sub presiune în conducte
- Mișcarea cu suprafața liberă a fluidelor în canale, conducte și peste deversoare
- Mișcarea fluidelor pe versanții bazinelor hidrografice
- Transferul fluidelor miscibile și imiscibile din rețeaua hidrografică în structurile geologice adânci.
- Drenajul apelor subterane prin foraje sau galerii din zăcămintele de substanțe minerale utile.
- Epuismenul acviferelor pentru execuția construcțiilor hidrotehnice și construcțiilor civile.

**Hidraulica** poate fi separată în:

- **Hidrostatica** studiază lichidele în stare de repaus
- **Hidrodinamica** studiază mișcarea fluidelor în două variante:
  - **cinematic**, fără a lua în considerare cauzele care o produc, rezultatele ei fiind valabile atât pentru **lichidele perfecte** cât și pentru cele **vascoase**.
  - **dinamic**, cu luarea în considerare a forțelor care determină această deplasare și a proprietăților speciale ale fluidelor (compresibilitate, vâscozitate, tensiune superficială).
- **Hidraulica subterană** studiază mișcarea fluidelor reale prin terenurile permeabile granulare sau fisurate, aflate în stare nesaturată sau saturată.

## i.2. Analiza dimensională

Evaluarea cantitativă a echilibrului și mișcării lichidelor se bazează pe **RELAȚII FIZICE**.

- **Relațiile fizice** exprimă corelații între **mărimile fizice** care descriu un anumit aspect al fenomenului studiat.
- **Relatiile fizice**, pentru evaluarea cantitativă a fenomenelor, sunt transformate în **relații matematice** care exprimă relații între numere abstracte.

**MĂRIMILE FIZICE** reflectă fenomenul studiat sub două aspecte:

- **Cantitativ**-prin **număr** rezultat din operațiunea de măsurare
- **Calitativ**- prin **dimensiunea** asociată mărimilor fizice.

Pentru exprimarea **matematica** a relațiilor **fizice** noțiunile utilizate sunt:

- **Marime fizică** ex.: accelerație, viteză, forță, presiune, greutate volumică
- **Dimesiune** ex.: lungime [L], timp [T]
- **Unitate de măsură** ex.: m, secundă
- **Valoare (număr)** ex.: 12,0

Exemplu pentru greutatea corpurilor ( $\vec{G}$ ):

- **RELAȚIILE FIZICE/MATEMATICE:**

$$\vec{G} = f(m, \vec{g}) \quad \vec{g} = \frac{\vec{v}}{t} = \frac{\vec{l}}{t^2} \quad \vec{G} = m \cdot \vec{g} = \frac{m \cdot v}{t}$$

- **MĂRIMILE FIZICE:**

$\vec{G}$  -forță                       $\vec{g}$  - accelerație                       $m$  - masa

- **DIMENSIUNILE :**

masa [M]                      lungime: [L]                      timp: [T]

$$[\vec{G}] = \frac{[m] \cdot [l]}{[t] \cdot [t]} = \frac{M \cdot L}{T \cdot T} = M \cdot L \cdot T^{-2}$$

- **UNITAȚILE DE MĂSURĂ** în Sistemul Internațional (SI)

[M]: Kilogram                      [L]: Metru                      [T]: Secunda

$$[\vec{G}] = \frac{[m] \cdot [l]}{[t] \cdot [t]} = \frac{M \cdot L}{T \cdot T} = M \cdot L \cdot T^{-2} = kg \cdot m \cdot sec^{-2}$$

- **VALOAREA** greutății unui corp

$$m = 10Kg \quad g = 9,8m \cdot sec^{-2} \quad \vec{G} = 98Kg \cdot m \cdot sec^{-2} = 98Newton; (N)$$

# 1. PROPRIETATI ALE FLUIDELOR

Proprietățile fluidelor care influențează în mod semnificativ comportarea acestora în stare de repaus sau în mișcare sunt:

- densitatea și greutatea specifică
- deformabilitatea (compresibilitatea, dilatația, starea fizică)
- vâscozitatea
- tensiunea superficială

Proprietățile fluidelor sunt exprimate cantitativ prin intermediul unor parametri determinați pe cale experimentală pentru fiecare tip de fluid (**Tabelul 1.1**).

**Tabelul 1.1. Proprietăți ale lichidelor și forțele ce condiționează echilibrul și mișcarea lor**

Forțe		Proprietatea	Simbol	U.M.	Efect
Forte masice		Densitate	$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\gamma}{g}$	$\frac{kg}{m^3}$	$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 - \gamma_0 \cdot \beta \cdot (z - z_0)}$
		Greutate volumică	$\gamma = \rho \cdot g$	$\frac{N}{m^3}$	
Forțe de contact (contact/legătură/suprafață)	Presiune	Compresibilitate	$\beta = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dp}$	$\frac{m^2}{N}$	$T(^{\circ}C) = T(K) - 273,15$
		Dilatație	$\alpha = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dT} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dT}$	$K^{-1}$	
	Starea fizică	$\rho \cong \rho_0 \cdot [1 + \beta \cdot (p - p_0) - \alpha \cdot (T - T_0)]; V \cong V_0 \cdot [1 + \beta \cdot (p - p_0) - \alpha \cdot (T - T_0)]$			
	Tensiune	Vâscozitate dinamică	$\mu = \frac{\tau \cdot dn}{dv}$	$Pa \cdot sec$ (Pascal-secunda) Poiseuille	$Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot v}$ ; $Re < 2000$ regim laminar
		Vâscozitate cinematică	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$	$\frac{m^2}{sec}$	
		Tensiune superficială	$\vec{\sigma} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta s} = \frac{d\vec{F}}{ds}$		$p_1 - p_2 = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ ; $h_c = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha}{R \cdot \gamma_a}$

## 1.1. Densitatea și greutatea volumică

**Densitatea** fluidelor se poate defini în mai multe feluri:

- Masa unității de volum

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ și se exprimă în } \left[ \frac{kg}{m^3} \right]:$$

- Raport între greutatea unui corp ( $\vec{G}_{corp}$ ) și greutatea unui volum corespunzător de apă ( $\vec{G}_{volum\_apa}$ ):

$$\rho_{ad} = \frac{\vec{G}_{corp}}{\vec{G}_{volum\_apa}} = \frac{Vol_{corp} \cdot \rho_{corp} \cdot \vec{g}}{Vol_{corp} \cdot \rho_{apa} \cdot \vec{g}} = \frac{\rho_{corp}}{\rho_{apa}} \text{ când este o valoare adimensională}$$

**Greutatea volumică** este proprietatea fluidelor de care depinde mărimea **forțelor volumice** și a **câmpului de forțe** care determină **dinamica** lor.

Greutatea volumică ( $\gamma$ ) este greutatea unității de volum. Greutatea volumică a unui fluid omogen din punct de vedere al distribuției masei, având **greutatea**  $\vec{G}$  și **volumul**  $V$  este:

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{G}}{V} = \frac{m \cdot \vec{g}}{V} = \frac{\rho \cdot V \cdot \vec{g}}{V} = \rho \cdot \vec{g} \quad \left[ \frac{N}{m^3} \right] \quad (1.1)$$

în care

$m$  - masa;

$\vec{g}$  - accelerația gravitațională;

$\rho$  - densitatea fluidului.

Greutatea volumică variază cu temperatura și presiunea la fel ca și densitatea.

Greutatea volumică a apei distilate la 4°C și 1 atm este:

$$\gamma = 9810 \frac{N}{m^3} = 1000 \frac{kgf}{m^3} \Rightarrow 1 \frac{kgf}{m^3} = 9,81 \frac{N}{m^3}$$

Greutatea volumică a apei este cu atât mai mare cu cât gradul de mineralizare este mai mare.

**Viteza de deplasare** a apelor subterane este direct proporțională cu greutatea volumică a apei deoarece deplasarea acestora se face sub acțiunea gravitației.

În zona schimbului de apă activ, apele subterane sunt "dulci" și au o greutate volumică de  $\gamma_a = 1000 kgf / m^3$ .

**Tabelul 1.2. Greutăți volumice ale câtorva lichide (după Cristea Mateescu, 1963)**

Fluid	Kgf/m <sup>3</sup>	t[°C]	Fluid	Kgf/m <sup>3</sup>	t[°C]
Apă distilată	1000	4	Țiței	850-90	-
Anilină	1022	20	Petrol lampant	90-820	15
Alcool	790	10	Mercur	1596	0
Benzină	680-740	15	Gudron de huiă	1200	-
Glicerină pură	1260	0	Clorură de sodiu	1210	17
Ulei de uns	890-920	-	Ulei de anason	996	16

## 1.2. Deformabilitatea

**Deformabilitatea** fluidelor are două componente:

- **Compresibilitatea** (produsă de variația presiunii)
- **Dilatația** (produsă de variația temperaturii)

**Starea fizică** a fluidului se definește prin relația dintre mărimile care determină deformabilitatea volumului de fluidul ( $V$ ): **presiunea** ( $p$ ) și **temperatura** ( $T$ ).

### 1.2.1. Compresibilitate

**Compresibilitatea** este proprietatea fluidelor de a-și modifica **INVEST PROPORȚIONAL** volumul sub acțiunea variațiilor de presiune. Compresibilitatea fluidelor este mică în raport cu gazele dar foarte mare în raport cu solidele. Apa este de 100 de ori mai compresibilă decât oțelul.

Compresibilitatea lichidelor se manifestă sub acțiunea **forțelor de suprafață/contact (presiuni)**.

**Presiunea** care determină modificarea de volum este normală pe suprafața care limitează volumul lichidului. Unitatea de măsură pentru presiune în SI este  $1 \text{ N/m}^2$  dar există și alte unități de măsură:

- $1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \text{ Pa (pascal)}$
- $1 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = 9,806 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cong 9,81 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- $1 \text{ at (atmosferatehnica)} = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = 9,81 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- $1 \text{ atm (atmosfera fizica)} = 1,01325 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1,01 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- $1 \text{ Torr} = 1 \text{ mmHg} = \frac{1}{760} \text{ atm} = 1,33322 \cdot 10^2 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 133 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- $1 \text{ mmH}_2\text{O} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ at} = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = 9,81 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
- $1 \mu\text{bar} = 1 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} = 1 \cdot 10^{-1} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

Dacă presiunea care determină comprimarea unui lichid dispare, acesta revine exact la volumul inițial, fără a avea deformații remanente. Lipsa deformațiilor remanente arată că **lichidele sunt perfect elastice**.

Dependența dintre presiunea exercitată asupra unui fluid ( $p$ ) și **deformația volumică specifică** ( $\varepsilon_v = \Delta V / V$ ) reprezintă **relația constitutivă** specifică a acestuia (**Fig.1.1**). Relația constitutivă se caracterizează prin:

- **Modulul de elasticitate** ( $E(p)$ ), care reprezintă panta relației constitutive

$$E(p) = -\frac{dp}{\varepsilon_v(V)} = -\frac{V}{1} \cdot \frac{dp}{dV} = \rho \cdot \frac{dp}{d\rho} = \rho \cdot c^2$$

$$\left[ \frac{N}{m^2} = Pa \right]$$

în care  $c$  - viteza de propagare a sunetului în fluid.

- **Compresibilitatea fluidului** ( $\beta$ )

$$\beta = \frac{1}{E(p)} = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dp}$$

$$\left[ \frac{m^2}{N} = Pa^{-1} \right]$$

[unități de presiune<sup>-1</sup>]

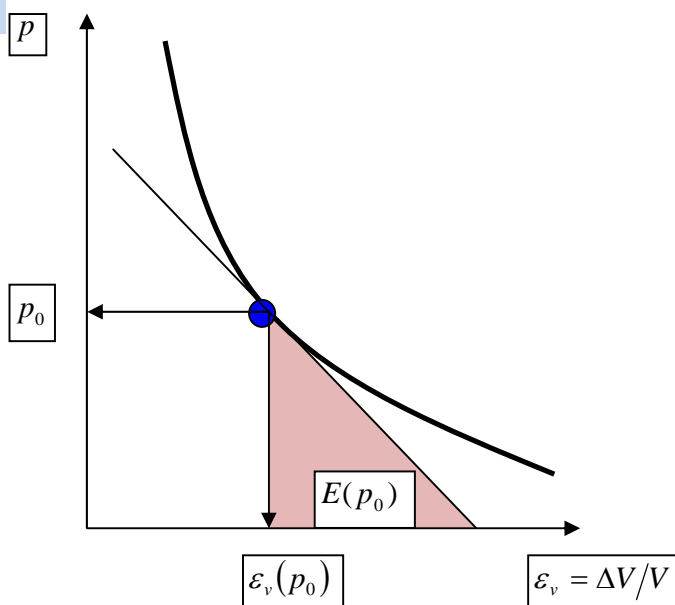


Fig.1.1. Relația constitutivă a fluidului

Corelația modului de elasticitate ( $E(p)$ ) și a compresibilității lichidului ( $\beta$ ) cu **densitatea** ( $\rho$ ) acestuia se face ținându-se seama că masa fluidului ( $m$ ) este constantă (principiul conservării masei), de unde rezultă că:

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow dm = 0 \Leftrightarrow \rho dV + V d\rho = 0 \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

Pentru **apele slab mineralizate** coeficientul de compresibilitate variază de la  $4,6 \cdot 10^{-10} m^2 / N$  la  $5,0 \cdot 10^{-10} m^2 / N$  în timp ce pentru **terenurile permeabile** variază de la  $0,3 \cdot 10^{-10} m^2 / N$  pentru calcare la  $2,0 \cdot 10^{-10} m^2 / N$  pentru nisipuri.

**Tabelul 1.2.** Valori experimentale pentru  $\beta$  și  $E$  (după C. Mateescu, 1963)

Lichid	$\beta [m^2 / kgf]$	$E [kgf / m^2]$
Apă la 0°C	$50,20 \cdot 10^{-10}$	$1,99 \cdot 10^8$
Petrol	$85,00 \cdot 10^{-10}$	$1,77 \cdot 10^8$
Glicerină	$25,00 \cdot 10^{-10}$	$4,00 \cdot 10^8$
Mercur	$2,91 \cdot 10^{-10}$	$34,40 \cdot 10^8$

### 1.3.2. Dilatație

**Dilatația** este deformarea **DIRECT PROPORȚIONALĂ** a unui volum de lichid produsă de modificarea temperaturii și în mod similar cu definirea compresibilității fluidului se definește un coeficient de dilatație ( $\alpha$ ):

$$\alpha = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dT} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}$$

sau

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{V_T - V_0}{T - T_0} \Rightarrow V_T = V_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (T - T_0)]$$

$$[{}^{\circ}C^{-1}; {}^{\circ}K^{-1}]$$

### 1.3.4. Starea fizică

**Starea fizică** a fluidului este exprimată printr-o ecuație de forma:

$$\rho = \rho(p, T) \quad \text{sau} \quad V = V(p, T)$$

Plecând de la **prima formă**, aplicându-i două transformări (una izotermă și una izobară) și introducând coeficienții de deformabilitate ( $\beta$ -compresibilitate și de  $\alpha$ -dilatație) se obține:

$$d\rho = \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T dp + \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p dT = \rho \cdot \beta \cdot dp - \rho \cdot \alpha \cdot dT$$

care prin integrare conduce la:

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \int_{p_0}^p \beta \cdot dp - \int_{T_0}^T \alpha \cdot dT \Leftrightarrow \ln \frac{\rho}{\rho_0} = \beta \cdot (p - p_0) - \alpha \cdot (T - T_0)$$

și poate fi exprimată sub forma simplificată și aproximativă (rezultată prin dezvoltare în serie):

$$\rho = \rho_0 \cdot \text{EXP}[\beta(p - p_0) - \alpha(T - T_0)] \approx \rho_0 \cdot [1 + \beta \cdot (p - p_0) - \alpha \cdot (T - T_0)]$$

Pentru unitatea de volum ( $V$ ) în mod similar se ajunge la forma:



$$V = V_0 \cdot [1 - \beta \cdot (p - p_0) + \alpha \cdot (T - T_0)]$$

Efectul **presiunii** asupra **densității** unui fluid este mult mai **mic** decât cel al **temperaturii**, motiv pentru care în cazul apei subterane din acviferele de mică adâncime, coeficientul de compresibilitate izotermă este neglijat, situație în care apa este considerată **incompresibilă**. Pentru **acviferele geotermale**, plasate la adâncimi de 1800-2500m, unde temperaturile sunt de 60-80°C, deformabilitatea apei este semnificativă, ea având un rol esențial în formarea resursei elastice a acestora.

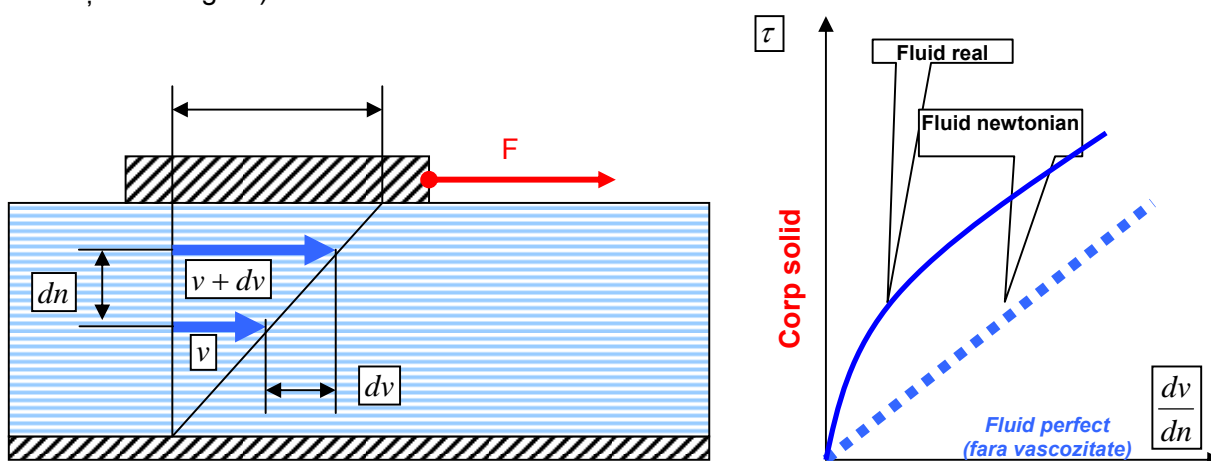
## 1.4. Vâscozitatea

**Vâscozitatea** este proprietatea fluidelor de a se opune deformărilor **ce nu constituie reduceri ale volumului lor**, prin dezvoltarea unor eforturi unitare. Cele mai specifice sunt eforturile **tangențiale** și se dezvoltă între stratele de fluid aflate în mișcare relativă conform ipotezei lui Newton (**Fig.1.2**) :

$$F = A \cdot \mu \frac{v}{n} \quad \text{sau} \quad \tau = \mu \frac{dv}{dn}$$

- $F$  - forța care deplasează placa de sus  
 $A$  - suprafața plăcii  
 $\tau$  - efort unitar tangențial;  
 $\mu$  - vâscozitatea dinamică;  
 $\frac{dv}{dn}$  - variația vitezei perpendicular pe direcția de curgere.

Fluidele pentru care vâscozitatea dinamică nu depinde de variația vitezei (perpendicular pe direcția de curgere) se numesc **fluide newtoniene**.



**Fig.1.2.** Experimentul lui Newton pentru vâscozitate, cu distribuția vitezei (a) și variația efortului unitar tangențial pentru un corp solid, fluid real, fluid newtonian și fluid perfect (b).

Ecuția dimensională a vâscozității dinamice este:

$$[\mu] = \frac{[\tau] \cdot [dn]}{[dv]} = \frac{F}{L^2} \cdot L \cdot \frac{T}{L} = F \cdot T \cdot L^{-2} = \frac{M}{L \cdot T}$$

iar unitățile de măsură uzuale sunt:

$$1 \text{ Pascal} \cdot \text{sec} = 1 \text{ Poiseuille} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \text{ sau în } \frac{\text{dyne} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2} ; 1 \frac{\text{dyne} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2} = 1 \text{ poise} = 0,1 \text{ Pascal} \cdot \text{sec}$$

**Vâscozitatea cinematică** este definită ca raport între **vâscozitatea dinamică** și **densitate fluidului** iar ecuația dimensională este:

$$[\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{M}{L \cdot T} \cdot \frac{L^3}{M} = L^2 \cdot T^{-1}$$

și se exprimă în  $m^2/\text{sec}$  sau  $cm^2/\text{sec}$ , utilizându-se în mod frecvent unitatea de măsură  $1 \text{ Stokes} = 1 \text{ cm}^2/\text{sec}$

Vascozitatea variază în funcție de tipul lichidului și cu temperatura (**Tabelul 1.3**).

**Tabelul 1.3.** Vascozitatea dinamică pentru lichide (dupa C. Mateescu, 1963)

Lichidul	Vascozitatea dinamică $10^6 \mu$ în $[\text{kgf} \cdot \text{s} / \text{m}^2]$						
	Temperatură $[\text{°C}]$						
	0	10	20	30	40	50	60
Apă	182	133	102	-	66,5	-	47,9
Acetonă	40	36	33	30	27	25	-
Alcool etilic	181	149	121	102	84	72	80
Benzol	93	78	66	57	50	45	40
Fenol	-	-	1183	714	483	350	261
Mercur	12,7	-	11,9	-	-	-	10,6
Sulfură de carbon	44	40	37	35	33	-	-
Tetraclorură de carbon	138	115	99	86	76	66	60
Toluol	78	68	60	53	48	43	39
Xylol	93	81	70	62	55	50	45

**Creșterea temperaturii** determină la **lichide**, creșterea forțelor care întrețin agitația moleculară, o scădere a forțelor de coeziune și o **reducere a vâscozității** :

$$\nu = \nu_0 \cdot (1 + 0,0337 \cdot t + 0,000222 \cdot t^2)^{-1}$$

în care  $\nu_0 = 0,0178 \text{ cm}^2/\text{sec}$  este vâscozitatea cinematică a apei la temperatura de zero grade Celsius.

**Creșterea temperaturii** determină la gaze activarea schimbul de molecule dintre stratele de gaz în mișcare relative și conduce la o creștere a vâscozității:

$$\mu = \mu_0 \cdot \sqrt{1 + 0,003665 \cdot t} \cdot (1 + 0,0008 \cdot t)^2$$

în care  $\mu_0 = 1,679 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot sec}$  indiferent de gaz și presiune.

Rezistența datorată vâscozității face ca lichidele în mișcare să se încălzească.

La creșterea presiunii până la 1500 at creșterea vâscozității dinamice este proporțională cu presiunea.

Măsurarea vâscozității lichidelor se face de regulă cu vascozimetrul Engler care se bazează pe faptul că un volum de lichid se scurge dintr-un vas printr-un ajutor cilindric, într-un timp cu atât mai lung cu cât vâscozitatea lui este mai mare.

Dacă timpul necesar curgerii a  $200 \text{ cm}^3$  de apă distilată la  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  este  $t_0$ , iar cel necesar aceleiași cantități de lichid este  $t$ , numărul de grade Engler al vâscozității este:

$$E = \frac{t}{t_0}$$

1 grad ENGLER corespunde unei vâscozități cinematice  $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{sec}$

Transformarea din grade Engler se face cu formule empirice (Ubbelohde)

- $10^6 \cdot \nu = 7,32 \cdot E - \frac{6,31}{E} \quad [m^2 / \text{sec}];$
- $10^6 \cdot \mu = \gamma \cdot \left( 0,746 - \frac{0,643}{E} \right) \quad [kgf \cdot \text{sec} / m^2]$

Vâscozimetrul Engler dă rezultate numai pentru lichide cu vâscozitatea mai mare de  $10^6 \cdot \nu = 1m^2 / \text{sec}$ .

### 1.4.1. Tipuri de fluide

**Modelul de vâscozitate** este unul din criteriile pe baza căroara sunt clasificate fluidele.

Modelele de vâscozitate exprimă comportarea vâscozității la deformarea în timp a fluidului:

- **modelul newtonian**: stressul datorat forțelor de vâscozitate (Shear stress) se corelează linear cu rata de deformare, **vâscozitatea cinematică** fiind factorul **constant** de proporționalitate:

$$\circ \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} \left[ \frac{m^2}{s} \right]; \text{ ex.: apă, aer.}$$

- **modelele ne-newtoniane**: efortul unitar tangential (Shear stress) **nu** se corelează linear cun rata de deformare (shear rate), **vâscozitatea cinematică** fiind **variabila**:
  - *model exponential*

$$\nu = k \cdot \dot{\gamma}^{n-1}$$

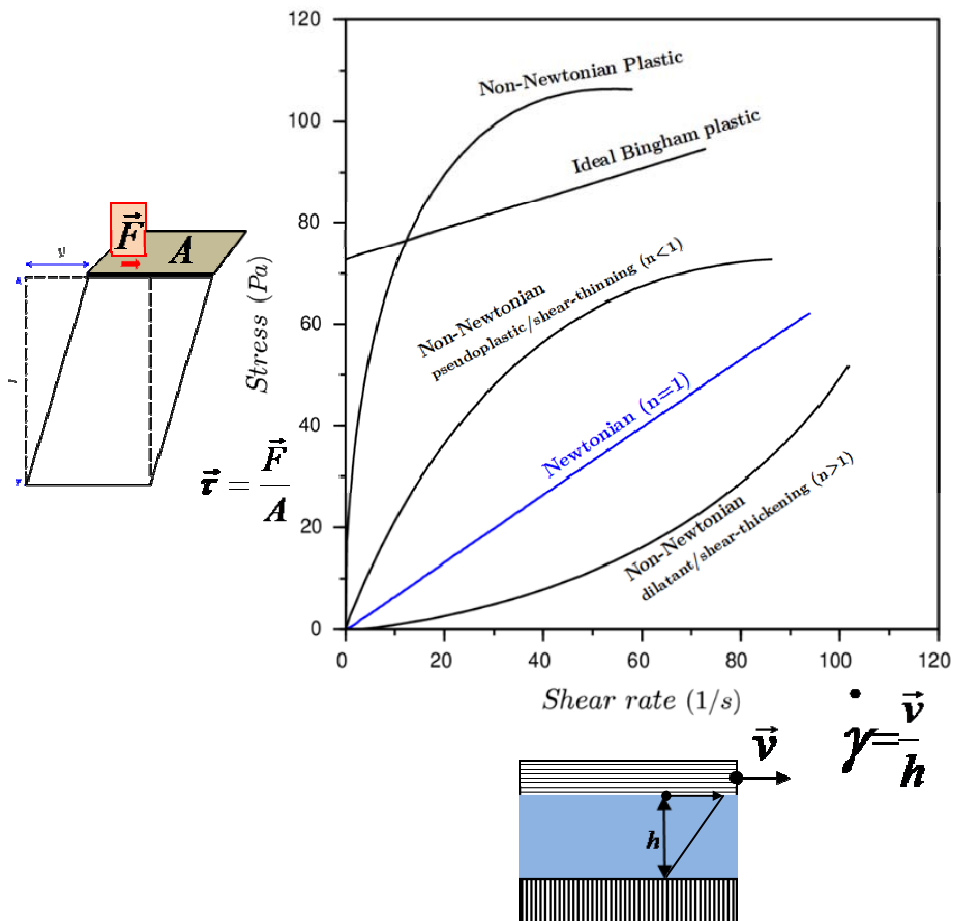
- $k$  -indicele de consistență al curgerii;  $\left[ \frac{m^2}{s} \right]$
- $\dot{\gamma} = \frac{\bar{v}}{h}$  -rata deformării  $\left[ \frac{1}{s} \right]$
- $n$  -indicele stării de curgere  $[-]$

- $0 < n < 1$ : fluid **pseudoplastic** (vâscozitatea descrește sub stress!!; ex.: **polimeri**: ketchup, sânge, tempera, lac de unghii etc.)
- $n = 1$  : fluid **newtonian** (vâscozitatea este independentă de stress!!)
- $n > 1$  : fluid **dilatants** (vâscozitatea descrește sub stress; ex.: **suspensii**)
- *model cu patru parametri*

$$v = v_{\infty} + (v_0 - v_{\infty}) \cdot \left[ 1 + \left( k \cdot \dot{\gamma} \right)^2 \right]^{\frac{(n-1)}{2}}$$

- $v_0$  -vâscozitatea la efort tangențial zero
- $v_{\infty}$  - vâscozitatea la efort tangențial infinit
- $k$  -"timpul de relaxare" [secunde]
- $n$  -indexul puterii

*Classification of NonNewtonian Fluids*



### 1.5. Tensiunea superficială

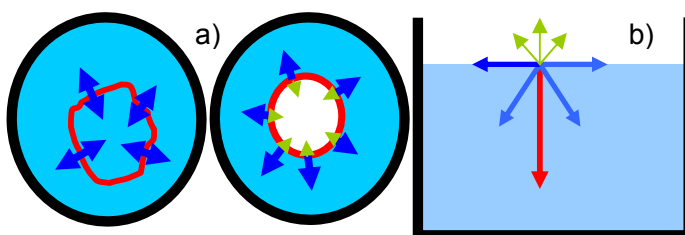
Suprafața de contact dintre două fluide imiscibile tinde să fie minimă, datorită forțelor de coeziune, forțe care se manifestă puternic la distanțe de  $10^{-6}$ mm. Orice suprafață având energie liberă se "contractă", moleculele din stratul superficial fiind supuse unor forțe tangențiale numite forțe de **tensiune superficială** ( $\sigma$ ).

Manifestări ale prezenței tensiunii superficiale este forma circulară pe care o un fir înglobat într-o pelicula de lichid atunci când pelicula din interior este spartă (**Fig.1.3.a**). Forma circulară corespunde suprafeței minime de contact dintre lichid și aer.

Suprafața liberă este modelată printr-o membrană **perfect elastică** și solicitată în mod uniform, efortul unitar având o intensitate constantă, independent de punct și de direcție.

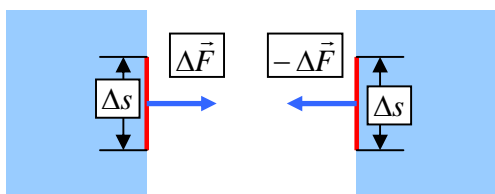
Forțele de coeziune exercită asupra unei molecule aflate în interiorul unui lichid un sistem echivalent cu zero. Pentru moleculele aflate la nivelul suprafeței libere, lichidul exercită forțe suplimentare din interiorul lichidului, rezultanta fiind îndreptată spre interior.

Efectul acestei rezultante este o compresiune suplimentară asupra lichidului, compresiune care se adaugă presiunii gazului de la nivelul suprafeței de contact (**Fig.1.3 b**).



**Fig. 1.3.** Efectul; tensiunii superficiale asupra interfeței dintre fluide imiscibile(a) și asupra suprafeței libere a lichidelor (b).

în



**Fig.1.4.** Semnificația tensiunii superficiale.

$$\bar{\sigma} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta s} = \frac{d\bar{F}}{ds}$$

Forțele care creează tensiune la suprafața de separație a fazelor sunt tangente la suprafața liberă și normale pe laturile suprafeței elementare ( $\Delta A = \Delta s_1 \cdot \Delta s_2$ ) și proporționale cu lungimea acestor laturi ( $\Delta s_1, \Delta s_2$ ; **Fig.1. 5**):

- $\Delta \bar{F}_1 = \sigma \cdot \Delta s_1$  -acționează perpendicular pe latura de lungime  $\Delta s_1$ ;
- $\Delta \bar{F}_2 = \sigma \cdot \Delta s_2$  -acționează perpendicular pe latura de lungime  $\Delta s_2$ ;

Intensitatea rezultatelor forțelor superficiale care acționează pe ambele laturi ale elementului de suprafață ( $\Delta A$ ) sunt:

- $$R_{F_1} = 2 \cdot \sigma \cdot \Delta s_1 \cdot \sin \alpha \approx 2 \cdot \sigma \cdot \alpha = 2 \cdot \sigma \cdot \Delta s_1 \cdot \frac{\Delta s_2}{r_2} = \sigma \cdot \frac{\Delta s_1 \cdot \Delta s_2}{r_2} = \sigma \cdot \frac{\Delta A}{r_2} \quad (\text{Fig.1.6})$$

- $$R_{F_2} = 2 \cdot \sigma \cdot \Delta s_2 \cdot \sin \beta \approx 2 \cdot \sigma \cdot \beta = 2 \cdot \sigma \cdot \Delta s_2 \cdot \frac{\Delta s_1}{r_1} = \sigma \cdot \frac{\Delta s_2 \cdot \Delta s_1}{r_1} = \sigma \cdot \frac{\Delta A}{r_1}$$

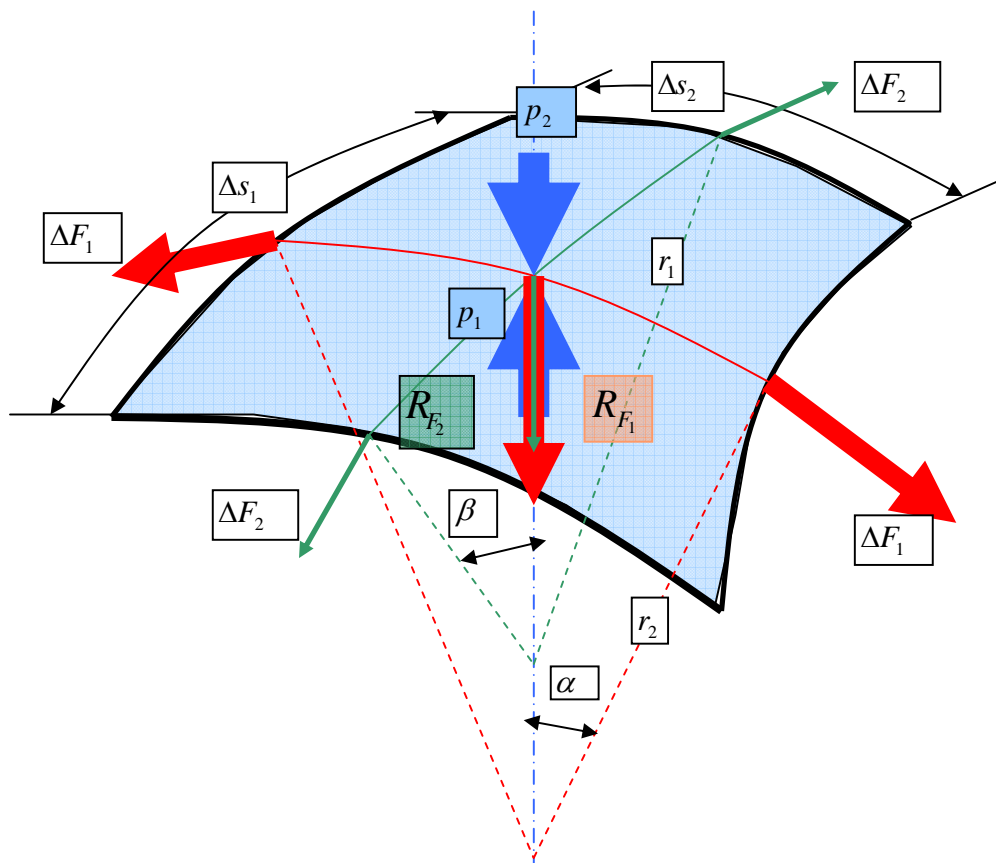


Fig.1. 5. Elementul de suprafață ΔA supus forțelor de tensiune superficială

Condiția de repaus a suprafeței ΔA este dată de echilibrul presiunilor exercitate pe fața convexă ( $p_2$ ) și cea concavă ( $p_1, R_{F_1}, R_{F_2}$ ):

$$(p_1 - p_2) \cdot \Delta A = R_{F_1} + R_{F_2} \Leftrightarrow (p_1 - p_2) \cdot \Delta A = \sigma \cdot \frac{\Delta A}{r_2} + \sigma \cdot \frac{\Delta A}{r_1}$$

din care rezultă:

$$p_1 - p_2 = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

relație care exprimă faptul că în orice punct al unei suprafețe libere a unui lichid în repaus, diferența presiunilor exercitate pe cele două fețe ale suprafeței libere este egală cu produsul dintre tensiunea superficială și **curbura medie** a suprafeței (teorema lui Laplace).

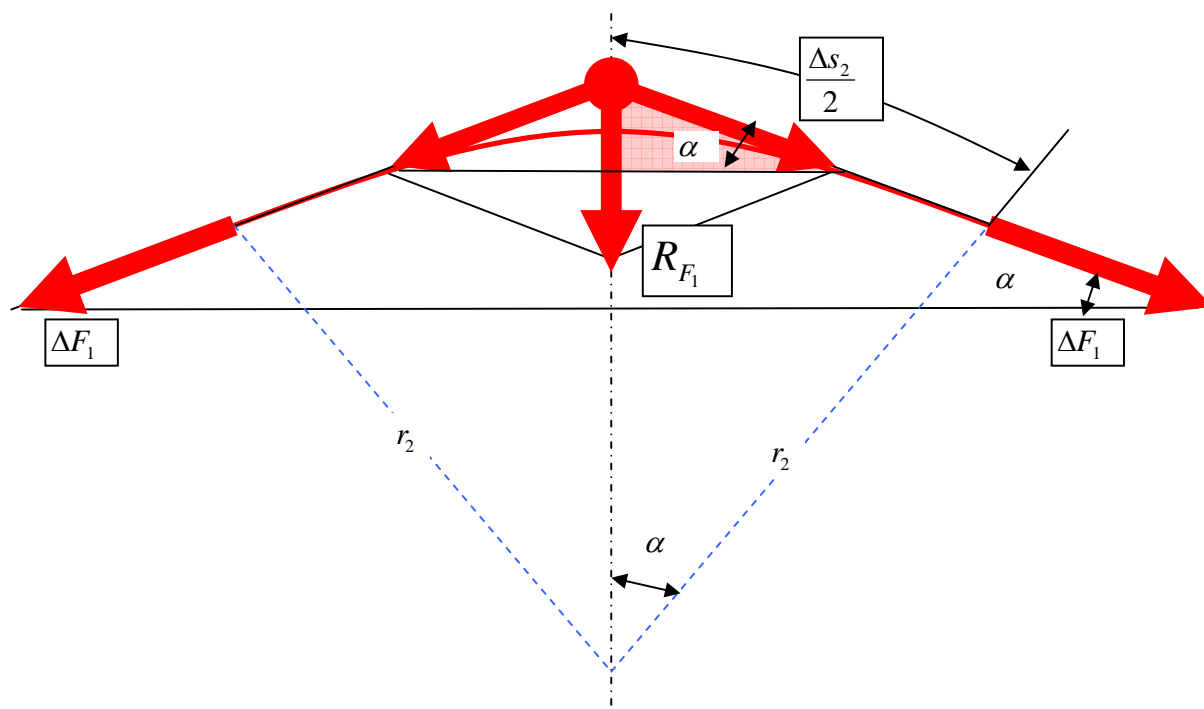
Trebuie remarcă faptul că la traversarea suprafeței de **curbură medie**:

$$\frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}$$

dinspre partea convexă spre partea concavă, presiunea crește. În cazul suprafețelor plane ( $r_1 = r_2 = \infty$ ) rezultă că presiunile pe cele două părți ale suprafeței de separație sunt egale ( $p_1 = p_2$ ).

Valoarea  $\sigma$  a tensiunii superficiale depinde de:

- natura fluidelor în contact (pentru același fluid  $\sigma$  variază puțin cu natura gazului)
- temperatura (crește temperatura și scade  $\sigma$ ).



**Fig.1.6.** Compunerea forțelor care creează tensiunea în elementul de suprafață  $\Delta A$  pe latura  $\Delta s_1$ .

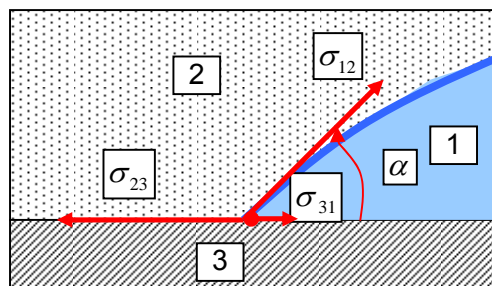
În SI unitatea de măsură pentru tensiunea superficială este  $1\text{N/m}$ . Pentru apă și aer la  $20^\circ\text{C}$  este:

$$\sigma = 0,0726 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 0,0074 \frac{\text{kgf}}{\text{m}}$$

Racordarea fluidelor imiscibile, cu tensiuni superficiale diferite, sau la contactul fluidelor cu corpurile solide apar unghiuri de racordare determinate de condițiile de echilibru care asigură repaus sau mobilitatea fazelor în contact.

Pentru un lichid, un gaz și un perete solid având o linie de contact comună condiția de repaus rezultă din ecuația(**Fig.1.7**):

$$\sigma_{12} \cdot \cos \alpha - \sigma_{23} + \sigma_{31} = 0$$



**Fig.1.7.** Linie de contact comună: lichid(1), gaz(2), solid(3).

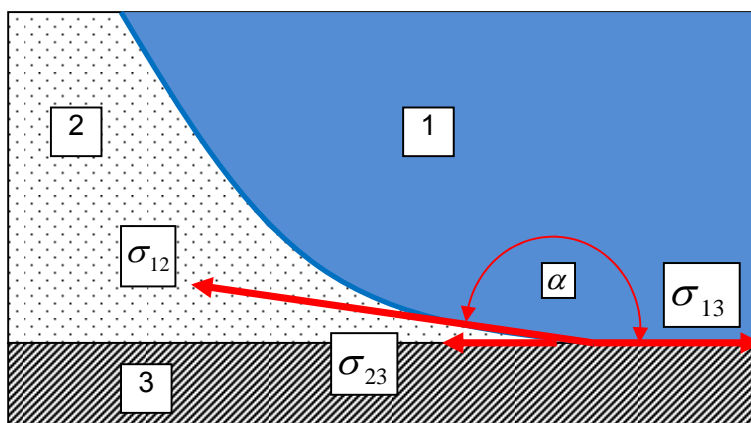
iar unghiul de racordare din relația:

$$\cos \alpha = \frac{\sigma_{23} - \sigma_{31}}{\sigma_{12}} \quad (\text{relatia YOUNG})$$

Dacă  $|\vec{\sigma}_{23}| > |\vec{\sigma}_{12}| + |\vec{\sigma}_{31}|$ , din condiția de echilibru rezultă că **repausul** liniei de contact nu este posibil iar lichidul (1) se întinde pe toată suprafața solidă, adică **udă perfect** suprafața solidă.

Dacă  $|\vec{\sigma}_{23}| < |\vec{\sigma}_{12}| + |\vec{\sigma}_{31}|$ , repausul este asigurat și pot apare două situații:

- $|\vec{\sigma}_{23}| > |\vec{\sigma}_{31}| \Rightarrow \cos \alpha > 0$ , rezultă că unghiul  $\alpha$  este ascuțit și se spune că lichidul **udă imperfect** suprafața solidului.
- $|\vec{\sigma}_{23}| < |\vec{\sigma}_{31}| \Rightarrow \cos \alpha < 0$ , rezultă că unghiul  $\alpha$  este obtuz și se spune că lichidul **nu udă** suprafața solidului (**Fig.1.8**).



**Fig.1.8.** Linie de contact: lichid care nu udă suprafața solidului(1), gaz(2), solid(3).



## 1.6. Aplicații

### 1.6.1. Variația greutății specifice cu adâncimea

Greutatea specifică, în apele mineralizate crește cu adâncimea datorită compresibilității apei și creșterii densității.

$$\beta = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dp} \quad (1)$$

Compresibilitatea fluidului:

Condiția de echilibru a elementului de fluid în repaus (**Fig.1.9**):

$$\Delta A \cdot p + F_g - \Delta A \cdot (p + \Delta p) = 0$$

$$F_g = \rho \cdot g \cdot \Delta A \cdot \Delta z$$

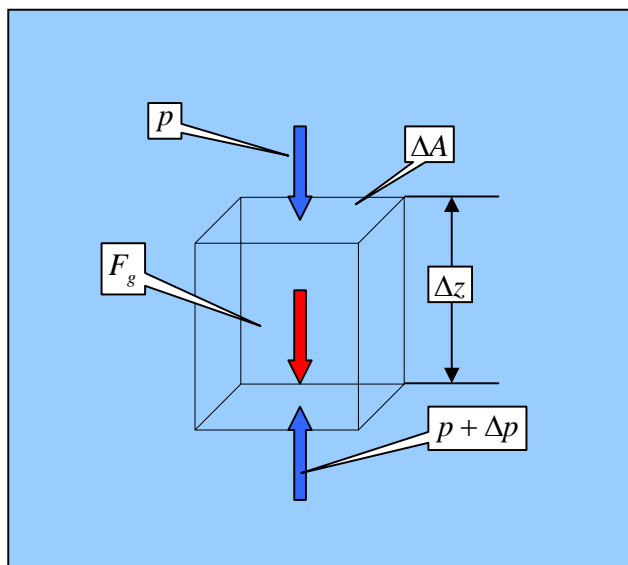
$$\Delta A \cdot p + \rho \cdot g \cdot \Delta A \cdot \Delta z - \Delta A \cdot (p + \Delta p) = 0$$

$$\rho \cdot g \cdot \Delta z = \Delta p \Leftrightarrow dp = \rho \cdot g \cdot dz$$

$$dp = \rho \cdot g \cdot dz \quad (2)$$

Înlocuind (2) în (1) se obține:

$$\frac{d\rho}{\rho^2} = \beta \cdot g \cdot dz$$



**Fig.1.9.** Condiția de echilibru a elementului de lichid în repaus.

care integrată între adăcimile  $z_0$  și  $z$  cărora le corespund densitățile  $\rho_0$  respectiv  $\rho$ , se obține succesiv, în ipoteza că  $g$  este constant pe adâncime:

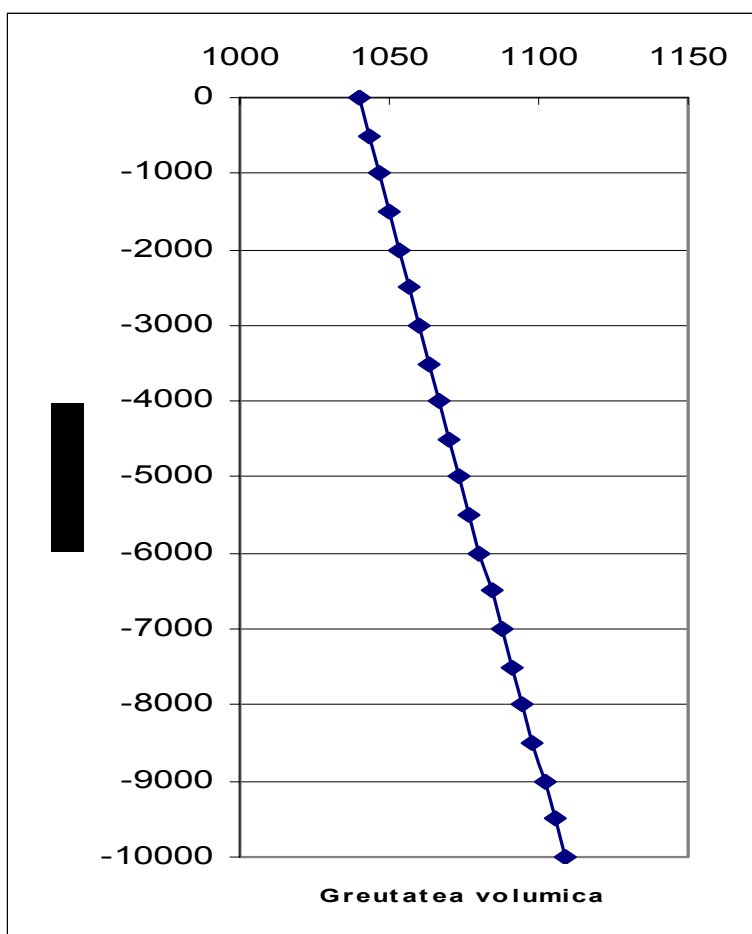
$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho^2} = \beta \cdot g \int_{z_0}^z dz \rightarrow \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} = \beta \cdot g \cdot (z - z_0) : g \Leftrightarrow \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} = \beta(z - z_0) \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0}{1 - \gamma_0 \cdot \beta \cdot (z - z_0)}$$

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 - \gamma_0 \cdot \beta \cdot (z - z_0)} \quad (3)$$

Dacă la suprafața mării ( $z_0 = 0$ ) greutatea specifică a apei este  $\gamma_0 = 1040 \text{ kgf/m}^3$  și compresibilitatea apei este  $\beta = 6.00E - 09 \text{ m}^2/\text{kgf}$  să se calculeze variația greutății specifice până la adâncimea de 10.000m utilizându-se relația (3).

**Tabelul 1.4 .**  
 Variația greutății  
 specifice cu  
 adâncimea

Z [cota:m]	Greutatea specifică [kgf/m <sup>3</sup> ]
0	1040.0
-500	1043.3
-1000	1046.5
-1500	1049.8
-2000	1053.1
-2500	1056.5
-3000	1059.8
-3500	1063.2
-4000	1066.6
-4500	1070.0
-5000	1073.5
-5500	1077.0
-6000	1080.5
-6500	1084.0
-7000	1087.5
-7500	1091.1
-8000	1094.6
-8500	1098.3
-9000	1101.9
-9500	1105.5
-10000	1109.2



**Fig.1.10.**  Variația greutății specifice cu adâncimea

### 1.6.2. Resursa elastică a acviferelor geotermale

Compresibilitatea apei condiționează capacitatea colectoare a acviferelor. În cazul acviferelor sub presiune și geotermale, **rezervele elastice** ale acviferelor sunt datorate compresibilității apelor subterane, compresibilitate crescută datorită gazelor dizolvate și compresibilității rocilor în care se află acumulată apa.

Raportat la unitatea de grosime a acviferului, coeficientul de înmagazinare poartă denumirea de **coeficient specific de înmagazinare** ( $S_s$ ) și reprezintă cantitatea de apă pe unitatea de volum acviferului care este înmagazinată/cedată datorită creșterii/reducerii unitare a presiunii:

$$S_s = \rho_{apa} \cdot g (\beta_{roca} + n \cdot \beta_{apa})$$

Valorile **coeficientului specific de înmagazinare** sunt exprimate în  $[1/L]$  de regulă  $1/m$ tru și sunt cuprinse în intervalul  $10^{-5} \div 10^{-3} m^{-1}$ .

Coeficientul de înmagazinare/cedare ( $S_s$ ) este util pentru evaluarea **resursei elastice** a acviferelor, importantă pentru **acvifere sub presiune cu extindere regională și presiuni mari**. Resursa elastică ( $W_e$ ) a acestor acvifere se estimează cu relația:

$$W_e = S_s \cdot \Delta H \cdot V$$

în care

$\Delta H$  - reducerea medie de sarcină piezometrică  $[L : m]$ ;

$V$  - volumul în care se produce reducerea de sarcina piezometrică  $\Delta H$   $[L^2 : m^2]$ ;

Relația () poate fi aplicată pentru un acvifer sub presiune, omogen din punct de vedere al caracteristicilor hidrofizice, cu grosime constantă ( $M$ ) și fără dinamică inițială (fig.1.11).

Reducerea de nivel ( $s_0$ ) poate fi produsă în acvifer de un foraj din care se pompează un debit constant iar reducerea medie pe zona de influență a pompării cu raza ( $R$ ) este  $\Delta H$ .

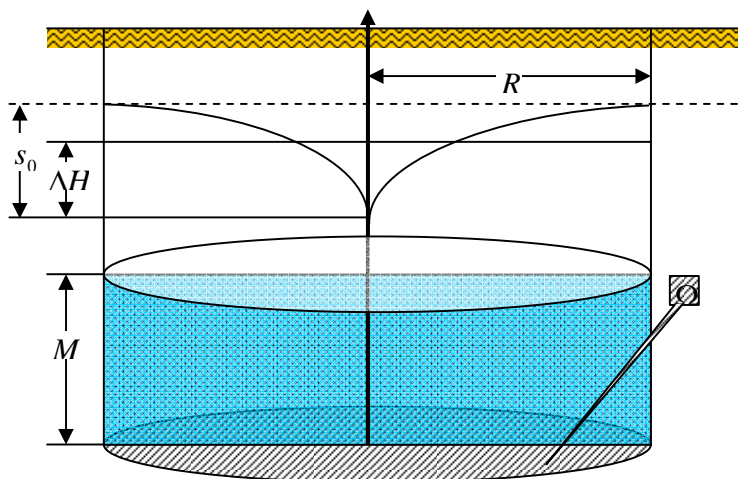
Suprafața pe care se resimte reducerea sarcinii piezometrice ( $\Omega$ ) este în această situație aria cercului cu rază  $R$ , iar volumul ( $V$ ) supus destinderii elastice este cel al cilindriului cu baza  $\Omega$  și înălțimea ( $M$ ) calculat cu relația:

$$V = \Omega \cdot M = \pi \cdot R^2 \cdot M$$

#### Resursa elastice a acviferului

**geotermal** cu grosimea  $M$ , din zona de influență a forajului ( $R$ ) eliberată la o reducere medie de sarcină piezometrică ( $\Delta H$ ) poate fi evaluată cu relația:

$$W_e = \pi \cdot R^2 \cdot \rho_{apa} \cdot (\beta_{roca} + n \cdot \beta_{roca}) \cdot M \cdot \Delta H \quad [L^3]$$

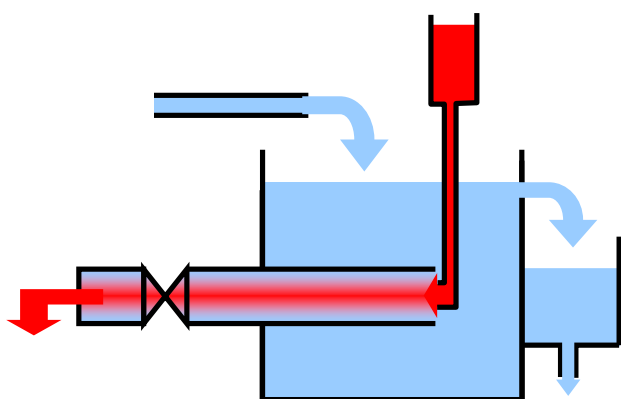


**Fig.1.11.** Elementele geometrice necesare estimării resursei elastice pentru zona de influență a unui foraj de pompare

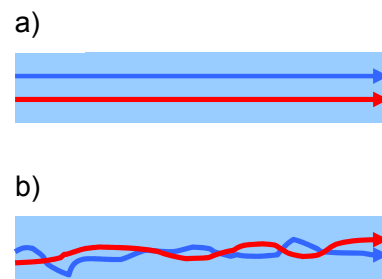
### 1.6.3. Numărul Reynolds

Mișcările fluidelor **vâscoase** se împart în două clase care pot fi puse în evidență prin experiența lui Osborne Reynolds (1883)(**Fig.1.12**) :

- Micare laminară (**Fig.1.13,a**)
- Micare turbulentă (**Fig.1.13,b**)



**Fig.1.12.** Experimentul lui Osborne Reynolds



**Fig.1.13.** Curgere laminară (a) și turbulentă (b).

Pentru o conductă cilindrică de diametrul ( $D$ ) natura mișcării depinde de o mărime adimensională, numit numărul lui Reynolds:

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu}$$

în care:

- $V$  - viteza de curgere a fluidului;
- $\nu$  - vâscozitatea cinematică

Experimental s-a constatat că:

- $Re < 2000$ - în conductă mișcarea este **laminară**, și dacă este perturbată mecanic revine la caracterul laminar după încetarea perturbării mecanice;
- $Re > 2000$ , mișcarea este în general **turbulentă**, dar în condiții speciale-absența asperităților și perturbărilor mecanice- ea poate fi menținută laminară până la  $Re = 50000$ , dar dacă este perturbată mecanic și devine turbulentă, nu mai revine la regimul laminar după dispariția factorilor perturbatori (peste  $Re > 2000$  regimul de curgere este laminar instabil).

Modificarea regimului de curgere a apei, de la **laminar(L)** la **turbulent(T)**, într-o conductă de **diametru**  $D = 15m$ , poate fi analizată în funcție de **debitul** ( $Q$ ) care curge prin conductă și **temperatura** apei ( $T$ ).

Evaluarea regimului de curgere al apei se face pe baza numărului lui Reynolds scris în funcție de debitul  $Q$  care curge prin conducta de diametru  $D$ :

$$Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot \nu}$$

Debitul inițial ales este  $Q = 200m^3 / zi$  și crește cu un pas  $\Delta Q = 200m^3 / zi$  iar valorile vâscozității cinematice în funcție de temperatura apei sunt cele din **tabelul 1.5**.

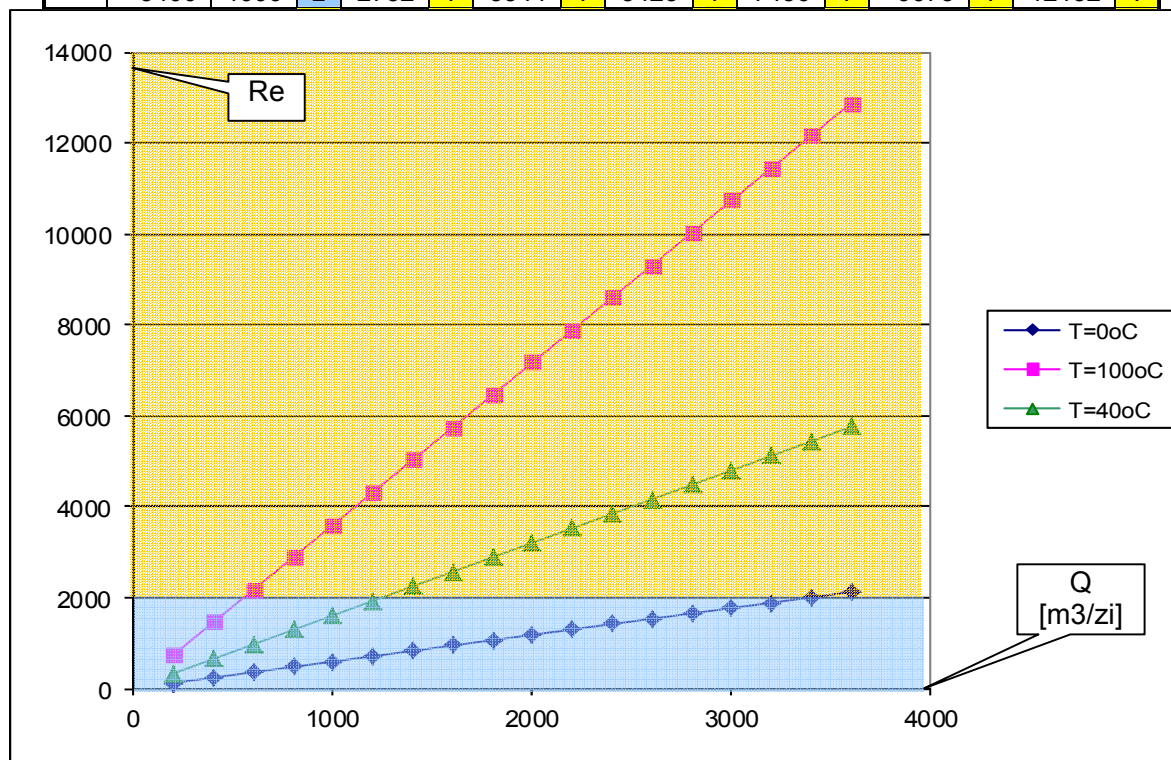
Valorile numărului Reynolds și regimul de curgere corespunzător temperaturilor de 0, 10, 20, 40, 60 și 100°C sunt sintetizate în **tabelul 1.6** și reprezentate grafic în **fig.1.14**

**Tabelul 1.5.** Variația vâscozității dinamice și cinematice a apei cu temperatura

T[°C]	Viscozitatea cinematică [m2/sec]	Vâscozitatea dinamică [N.sec/m²]
0	1.79E-06	1.78E-03
10	1.31E-06	1.30E-03
20	1.01E-06	1.00E-03
40	6.60E-07	6.50E-04
60	4.80E-07	4.60E-04
80	3.70E-07	3.60E-04
100	2.95E-07	2.80E-04

**Tabelul.1.6.** Modificarea regimului de curgere al apei în funcție de debit și de temperatură.

Nr.	Q [m <sup>3</sup> /zi]	Temperatura [°C]													
		0		10		20		40		60		80		100	
		Re		Re		Re		Re		Re		Re		Re	
1	200	118	L	161	L	208	L	319	L	439	L	569	L	714	L
2	400	235	L	321	L	417	L	638	L	877	L	1138	L	1427	L
3	600	353	L	482	L	625	L	957	L	1316	L	1707	L	2141	T
4	800	470	L	643	L	834	L	1276	L	1754	L	2276	T	2855	T
5	1000	588	L	804	L	1042	L	1595	L	2193	T	2845	T	3568	T
6	1200	706	L	964	L	1251	L	1914	L	2632	T	3414	T	4282	T
7	1400	823	L	1125	L	1459	L	2233	T	3070	T	3983	T	4996	T
8	1600	941	L	1286	L	1668	L	2552	T	3509	T	4552	T	5709	T
9	1800	1059	L	1446	L	1876	L	2871	T	3947	T	5121	T	6423	T
10	2000	1176	L	1607	L	2084	T	3190	T	4386	T	5690	T	7137	T
11	2200	1294	L	1768	L	2293	T	3509	T	4825	T	6259	T	7850	T
12	2400	1411	L	1929	L	2501	T	3828	T	5263	T	6828	T	8564	T
13	2600	1529	L	2089	T	2710	T	4147	T	5702	T	7397	T	9278	T
14	2800	1647	L	2250	T	2918	T	4466	T	6140	T	7966	T	9991	T
15	3000	1764	L	2411	T	3127	T	4785	T	6579	T	8535	T	10705	T
16	3200	1882	L	2571	T	3335	T	5104	T	7018	T	9104	T	11419	T
17	3400	1999	L	2732	T	3544	T	5423	T	7456	T	9673	T	12132	T



**Fig.1.14** Variația numărului Reynolds în funcție de debitul care curge prin conducta de diametru  $D=15$  m și temperatura apei ( $T$ ) (zona galbenă corespunde regimului turbulent de curgere iar zona albastru deschis regimului laminar)

### 1.6.4. Înălțime de ascensiune capilară

Deplasarea ascendentă sau descendentă (în funcție de mărimea unghiului de racordare,  $<90/>90$ ) a lichidelor în tuburi capilare, este un efect imediat al tensiunii superficiale.

Înlocuind în ecuația lui Young - Laplace raza de curbură a meniscului suprafeței libere ( $r$ ) cu raza tubului capilar ( $R$ ) (**Fig.1. 15**) dată de ecuația:

$$r = \frac{R}{\cos \alpha}$$

precum și expresia presiunii exercitate de coloana de apă cu înălțimea  $h_c$ , se obține:

$$p_1 - p_2 = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h_c \cdot \gamma_a}{\pi \cdot R^2} = \sigma \cdot \left( \frac{\cos \alpha}{R} + \frac{\cos \alpha}{R} \right)$$

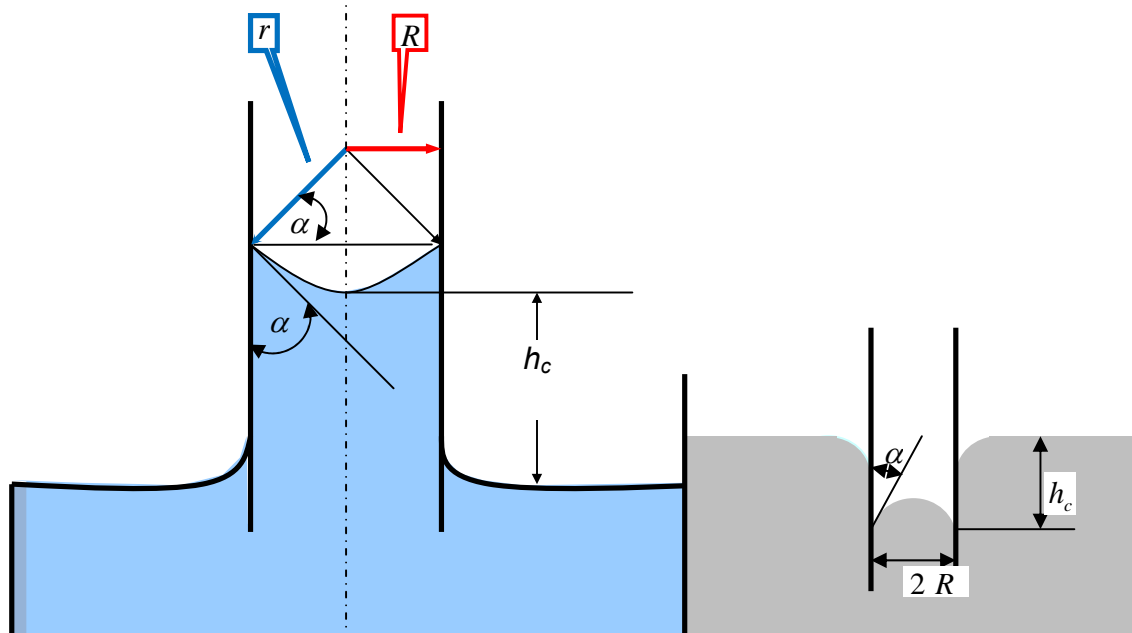
din care se obține formula pentru calculul **înălțimii de ascensiune/coborâre capilară** ( $h_c$ )(după cum unghiul de racordare este ascuțit/obtus):

$$h_c = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha}{R \cdot \gamma_a}$$

în care

$\alpha$  este unghiul de umezire (la umezire completă  $\alpha = 0$  și  $R = r$ ).

$\gamma_a$  - greutatea specifică a apei



**Fig.1.15.** Înălțimea de ascensiune și coborare capilară